



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY**

**A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

**ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY**

DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

**METODY ANTI-WINDUP PŘI ŘÍZENÍ LINEÁRNÍCH  
DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ**

ANTI-WINDUP SCHEMES FOR LINEAR DYNAMICAL SYSTEMS CONTROL

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Michal Kozubík**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**prof. Ing. Pavel Václavek, Ph.D.**

**BRNO 2017**

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor **Automatizační a měřicí technika**  
Ústav automatizace a měřicí techniky

**Student:** Michal Kozubík

**ID:** 174170

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2016/17

**NÁZEV TÉMATU:**

## Metody anti-windup při řízení lineárních dynamických systémů

### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Zpracujte rešerši týkající se principů klasických a moderních algoritmů pro kompenzaci wind-up jevu při řízení lineárních systémů.
2. Simulačně ověřte chování vybraných algoritmů anti-windup.
3. V prostředí Matlab Simulink navrhnete vlastní řešení knihovny algoritmů anti-windup.
4. Demonstrujte vlastnosti navržených algoritmů na vybraných modelech řízených systémů.
5. Provedte zhodnocení jednotlivých algoritmů z hlediska jejich výpočetní náročnosti, náročnosti návrhu a kvality potlačení wind-up jevu.

### DOPORUČENÁ LITERATURA:

G. Grimm, I. Postlethwaite, A. R. Teel, M. C. Turner, and L. Zaccarian, "Case Studies Using Linear Matrix Inequalities for Optimal Anti-Windup Synthesis\*," Eur. J. Control, vol. 9, no. 5, pp. 463–473, Jan. 2003.

**Termín zadání:** 6. 2. 2017

**Termín odevzdání:** 29.5.2017

**Vedoucí práce:** prof. Ing. Pavel Václavek, Ph.D.

**Konzultant:**



doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.  
předseda oborové rady



### UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

## **ABSTRAKT**

Cílem této bakalářské práce je studovat windup jev a metody jeho potlačení. Představenými metodami jsou clamping, back-calculation, řízení s vnitřním modelem soustavy a návrh pomocí LMI. Pro poslední dvě zmíněné metody byla vytvořena aplikace pro Matlab. Tyto metody byly následně otestovány na vybraných soustavách pomocí simulace Matlab Simulink. Následně byly zhodnoceny s ohledem na výpočetní náročnost, překmit, dobu ustálení a hodnotu ITAE kritéria.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Anti-windup, Nasycení akčního členu, clamping, back-calculation, IMC, LMI

## **ABSTRACT**

The aim of this bachelor thesis is to study windup effect and methods of its compensation. Introduced methods are clamping, back-calculation, internal model control (IMC) and design based on solution of linear matrix inequalities (LMI). The Matlab tool was created for the last two methods. All mentioned methods were then tested on chosen systems by simulation in Matlab Simulink. After that results of simulation were evaluated with respect to computational time, overshoot, settling time and ITAE criterion.

## **KEYWORDS**

Anti-windup, Actuator saturation, clamping, back-calculation, IMC, LMI

KOZUBÍK, Michal *Metody anti-windup při řízení lineárních dynamických systémů*: bakalářská práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky, 2017. 55 s. Vedoucí práce byl prof. Ing. Pavel Václavek, Ph.D.

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Metody anti-windup při řízení lineárních dynamických systémů“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Brno .....

.....

podpis autora

## PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce panu prof. Ing. Pavlu Václavkovi, Ph.D. za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci.

Brno .....

.....

podpis autora

# OBSAH

<b>Úvod</b>	<b>12</b>
<b>1 Windup jev</b>	<b>13</b>
<b>2 Metody anti-windup</b>	<b>15</b>
2.1 Detekce saturace . . . . .	15
2.2 Ad hoc metody . . . . .	16
2.2.1 Clamping . . . . .	16
2.2.2 Back-calculation . . . . .	17
2.3 Externí Anti-Windup . . . . .	18
2.3.1 Internal Model Control - IMC . . . . .	21
2.3.2 Metody založené na LMI . . . . .	22
<b>3 Anti-Windup Tool</b>	<b>27</b>
3.1 Matlab GUIDE . . . . .	27
3.2 Popis rozhraní . . . . .	28
3.3 Řešení LMI . . . . .	30
<b>4 Testování metod</b>	<b>31</b>
4.1 Setrvačný člunek . . . . .	32
4.2 Soustava čtvrtého řádu . . . . .	34
4.3 Soustava s neminimální fází . . . . .	36
4.4 Soustava s dopravním zpožděním . . . . .	38
4.5 Tuhá soustava . . . . .	41
4.6 Kmitavá soustava . . . . .	43
4.7 Vícerozměrný systém . . . . .	45
<b>5 Závěr</b>	<b>48</b>
<b>Literatura</b>	<b>49</b>
<b>Seznam příloh</b>	<b>51</b>
<b>A Zdrojové kódy</b>	<b>52</b>
A.1 Tvorba projektu pro Anti-Windup Tool . . . . .	52
A.2 Zadávání LMI v Robust Control Toolboxu . . . . .	53
<b>B Testovací model</b>	<b>54</b>





# SEZNAM OBRÁZKŮ

1.1	Regulační smyčka se saturací . . . . .	13
1.2	Systém bez omezení . . . . .	14
1.3	Systém s omezením akční veličiny . . . . .	14
2.1	Struktura s měřením skutečného akčního zásahu . . . . .	15
2.2	Struktura s použitím nelinearity necitlivost . . . . .	16
2.3	Schéma PI regulátoru s anti-windupem typu clamping . . . . .	17
2.4	Vliv sledovací časové konstanty $T_i$ na přechodovou charakteristiku . . . .	18
2.5	Použitá struktura z [8] . . . . .	19
2.6	Původní struktura IMC . . . . .	21
3.1	Hlavní okno Anti-Windup Toolu . . . . .	28
3.2	Nastavení parametrů simulace . . . . .	29
4.1	Přechodové charakteristiky regulační smyčky se setrvačným článkem. . .	33
4.2	Přechodové charakteristiky regulační smyčky se soustavou čtvrtého řádu .	35
4.3	Přechodové charakteristiky regulační smyčky se soustavou s neminimální fází . . . . .	37
4.4	Přechodové charakteristiky regulační smyčky se soustavou s dopravním zpožděním . . . . .	39
4.5	Přechodové charakteristiky regulační smyčky s tuhou soustavou . . . . .	42
4.6	Přechodové charakteristiky regulační smyčky s kmitavou soustavou . . .	44
4.7	Přechodové charakteristiky výstupu 1 MIMO regulační smyčky . . . . .	46
4.8	Přechodové charakteristiky výstupu 2 MIMO regulační smyčky . . . . .	47

## SEZNAM TABULEK

4.1	Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky se setrvačným článkem . . . . .	33
4.2	Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky se soustavou čtvrtého řádu . . . . .	35
4.3	Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky se soustavou s neminimální fází . . . . .	37
4.4	Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky se soustavou s dopravním zpožděním . . . . .	40
4.5	Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky s tuhou soustavou	42
4.6	Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky s kmitavou soustavou . . . . .	44
4.7	Porovnání přechodových charakteristik výstupu 1 MIMO regulační smyčky	46
4.8	Porovnání přechodových charakteristik výstupu 1 MIMO regulační smyčky	47

## SEZNAM VÝPISŮ

A.1	Příklad vytvoření projektu pro Anti-Windup tool . . . . .	52
A.2	Defnice vzorového LMI . . . . .	53

# ÚVOD

Narozdíl od ideálních systémů, je většina reálných systémů nějakým způsobem omezena. Ať už se jedná o mez pevnosti mechanických součástí či maximální působící elektrické napětí. V rámci regulace se tato fyzikální podstata věci projeví tím, že je omezen akční zásah regulátoru. Toto omezení akčního zásahu pak způsobuje v systémech řízených regulátorem s integrační složkou tzv. windup jev. Ten se projevuje větším překmitem a zpomalením přechodného děje.

Návrh anti-windupu je pak snaha o to, aby dopad omezení akční veličiny byl minimální a reálný systém se svým chováním přiblížil systému ideálnímu. První pokusy zajistit toto chování začaly v 50. letech minulého století. Jednalo se o tzv. *Ad hoc* metody, mezi které například patří vypnutí integrační složky, kdykoliv se výstup regulátoru dostane do saturace. Další z *Ad hoc* metod je zpětné dopočítávání (Back-calculation). Pokud je výsledek za hranicí saturace, je integrace zpětně přepočtena tak, aby byl akční zásah na této hranici.

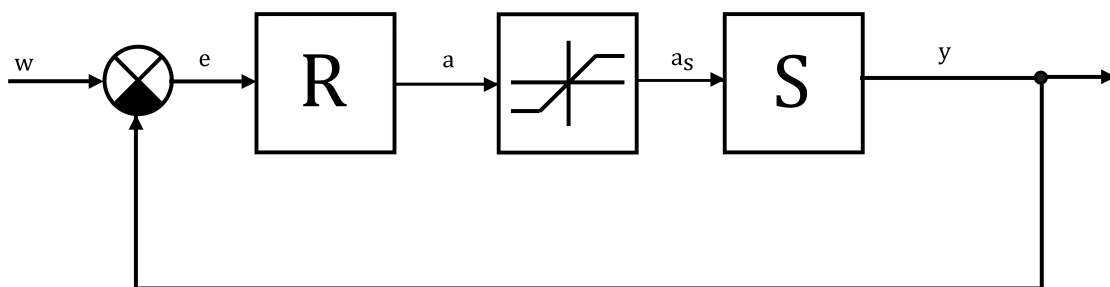
Pokud se jedná o MIMO systém, je problém zjistit, která akční veličina a proč je za hranicí saturace. To je hlavně způsobeno tím, že výstupy soustavy mohou být mezi sebou navzájem propojeny.

V této bakalářské práci jsou kromě výše zmíněných metod popsány ještě další dvě. První z nich je struktura Internal Model Control, která je často využívána pro kompenzaci dopravního zpoždění. Byla představena v 80. letech a jedná se o jednoduchý způsob návrhu, který zajišťuje stabilitu daného systému, ovšem za cenu výkonu. Druhou představenou metodou návrhu je algoritmus založený na řešení soustavy maticových nerovnic (LMI). Představená metoda vychází z minimalizace  $\mathcal{L}_2$ -zesílení a je možné pomoci ní navrhnout anti-windup různých řádů, ať už se jedná o statické zesílení či dynamický člen vyššího řádu. Tato metoda se prosadila s rozvojem výpočetní techniky a jejího využití k numerickým výpočtům. V současné době patří k nejpoužívanějším metodám.

# 1 WINDUP JEV

Je možné se setkat se soustavami, jejichž chování je přibližně lineární a je tedy možné navrhnout lineární řízení. I přes to je však nutné uvažovat jednu nelinearitu, a tou je nasycení akční veličiny. Toto je zřejmé z fyzikální podstaty věci, protože vždy bude existovat určitá mez, kterou nebude moci akční zásah přesáhnout (např. elektrické napětí dodávané zdrojem). Takto omezená regulační smyčka je na Obr. 1.1. Pokud navíc regulátor obsahuje integrační složku, dochází k nechtěnému chování.[3] [10]

Přítomností nasycení dochází k faktickému rozpojení regulační smyčky, jelikož změna výstupu soustavy nemá vliv na její vstup. Regulátor pak pracuje v otevřené smyčce a neustále integruje odchylku. Neustále se zvětšuje akční zásah, který je ale stále satureován. To se následně projeví po změně znaménka regulační odchylky. Vysokou naintegrovanou hodnotu je nutné odintegrovat, což často způsobuje prodloužení regulačního děje. Dále nemusí dojít k ustálení výstupu soustavy na požadované hodnotě, pokud je lineární část saturace malá a soustava neobsahuje integrační složku. V nejhorších případech může nasycení způsobit nestabilitu celé regulační smyčky. Takové chování regulátoru je pojmenováno jako přesycení integrační složky, nebo též windup jev.



Obr. 1.1: Regulační smyčka se saturací

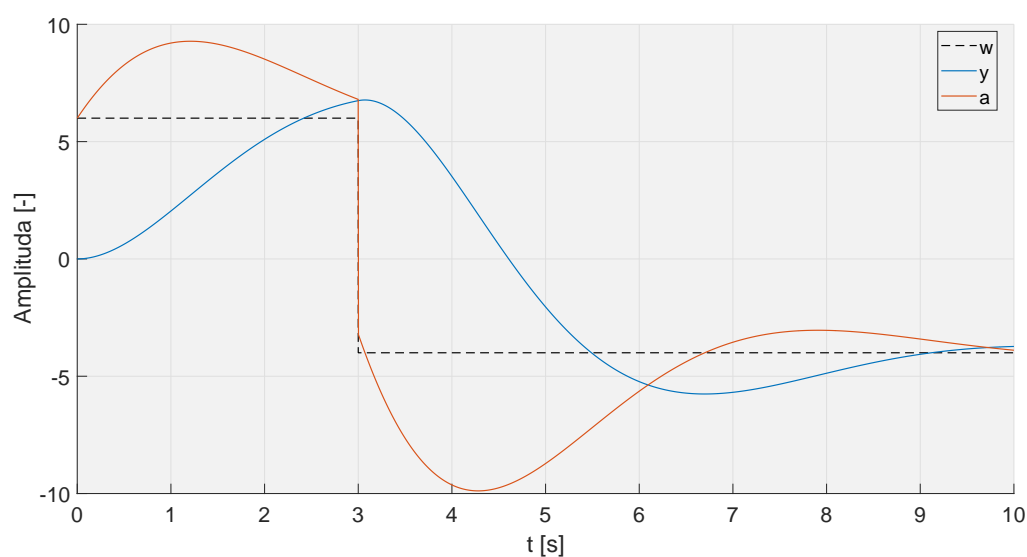
Celý windup jev bude demonstrován na následujícím jednoduchém příkladu. Pro něj byla vybrána regulační smyčka složená ze soustavy

$$F_S(p) = \frac{1}{(p+1)^2} \quad (1.1)$$

a regulátoru

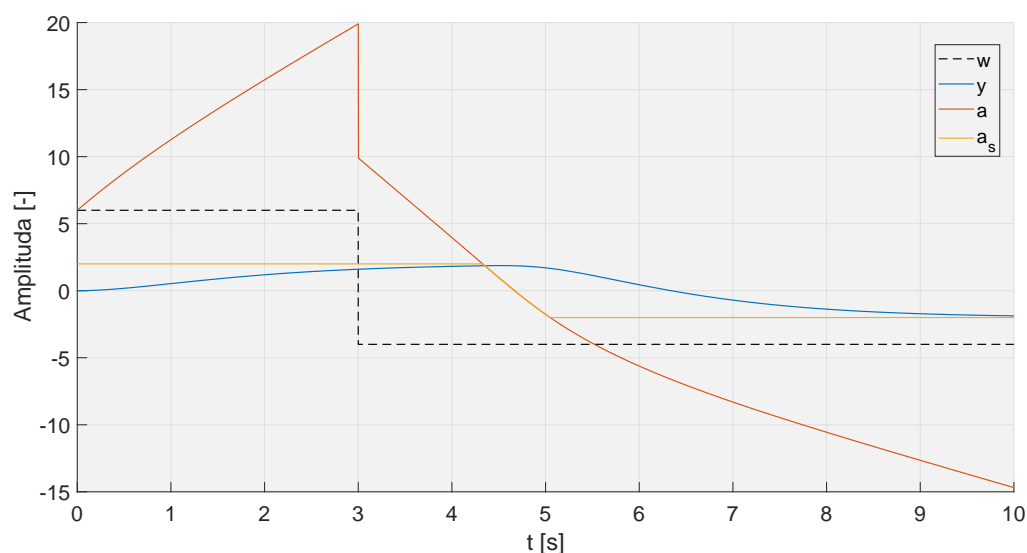
$$F_R(p) = \frac{p+1}{p} \quad (1.2)$$

Na Obr. 1.2 je pak vynesena výstup soustavy  $y$ , akční zásah  $a$  požadavek  $w$ . V čase  $t = 0$  je nastavena žádaná hodnota na  $w = 6$  a následně v čase  $t = 3$  se změní na  $w = -4$ . Reakce stejné regulační smyčky, tentokrát doplněné o saturaci s mezemi  $m = \pm 2$ , na stejný požadavek je na Obr. 1.3



Obr. 1.2: Systém bez omezení

Graf na Obr. 1.3 je doplněn o průběh skutečného akčního zásahu  $a_s$ . Lze také vidět, že nedošlo k vyregulování a výstup soustavy zůstává na hodnotě meze saturace. To je způsobeno tím, že soustava nemá integrační charakter, ale hlavně nedostatečným akčním zásahem. V průběhu akčního zásahu je také možné si všimnout prodlevy. Regulátor reaguje na změnu požadavku se zpožděním. To je způsobeno oním odintegrováním regulační odchylky.



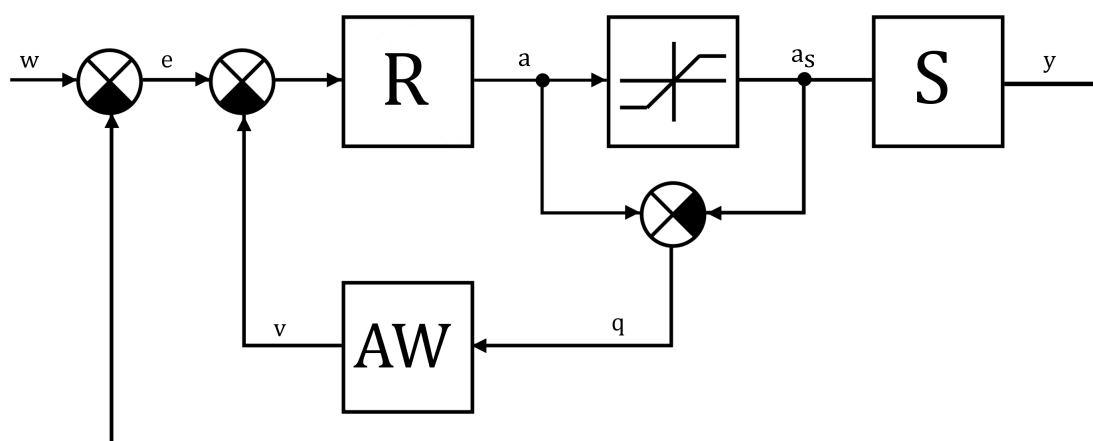
Obr. 1.3: Systém s omezením akční veličiny

## 2 METODY ANTI-WINDUP

Windup jev negativně ovlivňuje chování celé regulační smyčky. Anti-windupem se tedy rozumí snaha tento negativní dopad co nejvíce potlačit a přiblížit chování smyčky s omezeným akčním členem chování regulační smyčky ideální. Na následujících řádcích budou představeny starší, ale stále používané *Ad hoc* metody pracující se samotným regulátorem a modernější metody návrhu externího anti-windupu.

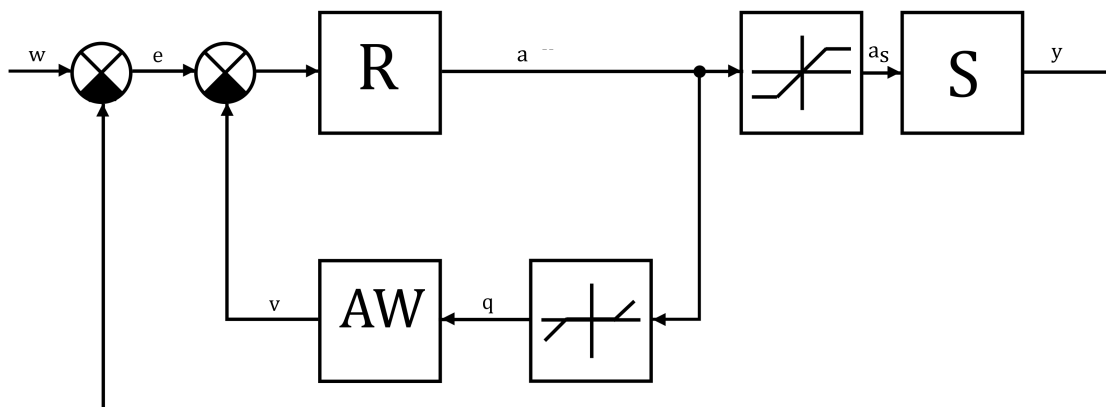
### 2.1 Detekce saturace

Aby bylo možné windup jev potlačovat, je nutné zajistit, aby proběhla detekce toho, že výstup regulátoru již dosáhl saturace. To je běžně prováděno následujícími dvěma způsoby.



Obr. 2.1: Struktura s měřením skutečného akčního zásahu

Z obr. 2.1 je patrné, že je porovnávána hodnota výstupu regulátoru a skutečného akčního zásahu přivedeného do soustavy. Pokud výstup regulátoru překročí hranici saturace, na výstupu rozdílového členu je nenulový signál. Ten je veden zpětnou vazbou přes kompenzátor windupu na vstup regulátoru a je tak uměle snížena regulační odchylka. [14] Nedostatkem této metody je fakt, že je potřeba měřit skutečný akční zásah. Pokud to není možné, lze použít strukturu na obr. 2.2.



Obr. 2.2: Struktura s použitím nelinearity necitlivost

V této struktuře je využito pro určení odchylky mezi výstupem regulátoru a skutečného akčního zásahu nelinearity typu necitlivost, přičemž šířka jejího pásma je dána hranicemi saturace. Z toho plyne i podmínka pro použití této struktury, a to znalost hranic saturace. Ty jsou ve většině aplikací známe (např. maximální dovolená síla působící na součástku).

## 2.2 Ad hoc metody

Metody zmiňované v této části se vyznačují tím, že pracují přímo se strukturou regulátoru. Pokud je windup jev potlačován pomocí clampingu, dochází k regulátoru k přerušení integrace.

### 2.2.1 Clamping

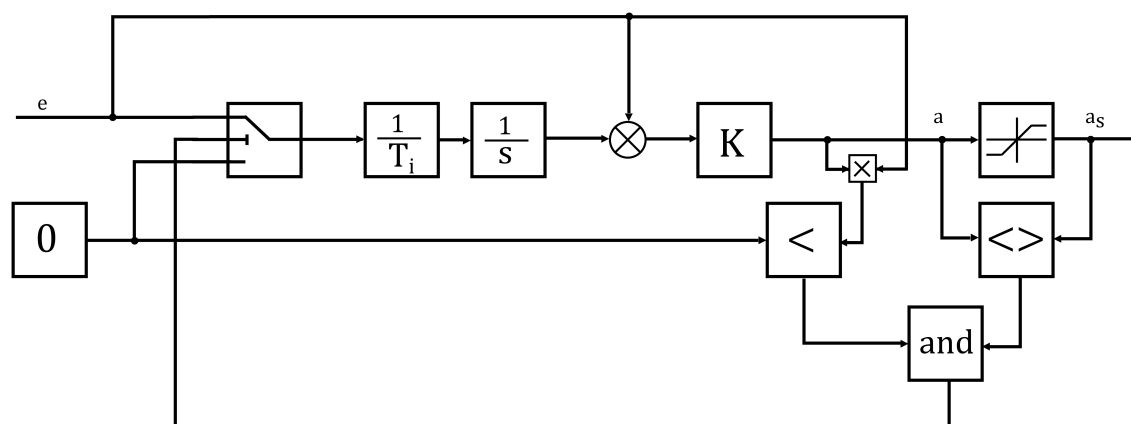
Jak již bylo řečeno, při této metodě dochází k zastavení integrace, pokud jsou splněny určité podmínky. Důvodem je snaha předejít vzniku samotného windup jevu. Ten vzniká, jak bylo výše uvedeno, v integrační složce.

Jednou z podmínek je hodnota regulační odchylky: Pokud je vysoká, dochází k přerušení integrace. Předchází se tak tomu, aby se výstup regulátoru dostal za hranici saturace. Další používaná podmínka je taková, že integrace je zastavena, pokud je výstup regulátoru za hranicí saturace. Oba tyto přístupy mají jednu chybu a to takovou, že regulace může skončit s nenulovou regulační odchylkou, pokud došlo k zastavení a ta měla vysokou hodnotu.

Toto nechtěné chování je potlačeno tím, že podmínka vypnutí je následující: Výstup regulátoru je za hranicí saturace a s regulační odchylkou mají stejné znaménko. [1] Pokud



má regulační odchylka znaménko opačné, je naintegrovaná hodnota zmenšována. Takovému přístupu odpovídá i následující schéma



Obr. 2.3: Schéma PI regulátoru s anti-windupem typu clamping

### 2.2.2 Back-calculation

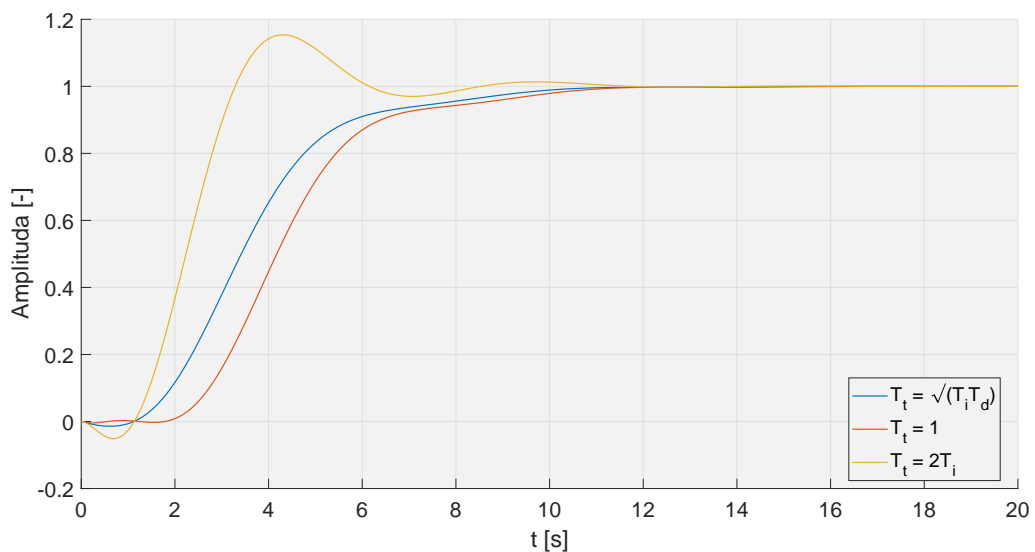
O principu této metody napovídá už její název. Pokud je výstup regulátoru za hranicí saturace, integrační část je zpětně přepočítána tak, aby výstup regulátoru byl na této hranici. Zpětný přepočet bývá prováděn přes zpětnou vazbu se sledovací (tracking) časovou konstantou  $T_t$ . Je výhodnější využít této časové konstanty, než provádět přepočet okamžitě. [1]

Mohlo by se zdát, že čím menší tato časová konstanta je, tím lépe bude windup jev potlačen. To ovšem neplatí, pokud je použita i derivační složka. Nahodilá chyba může způsobit, že se výstup regulátoru dostane do saturace, ač by se tam normálně nedostal, a je proveden přepočet. Pokud je časová konstanta větší, je vliv takových chyb potlačen.

Z toho vyplývá, že je nutné vhodně nastavit časovou konstantu  $T_t$ , například experimentálně. Åström v [1] doporučuje pro její výpočet vztah

$$T_t = \sqrt{T_i T_d} \quad (2.1)$$

Ten však nemusí být platný vždy, je vhodné se tedy řídit poučkou, že sledovací časová konstanta  $T_t$  by měla být menší než integrační časová konstanta  $T_i$  a větší než derivační časová konstanta  $T_d$ .



Obr. 2.4: Vliv sledovací časové konstanty  $T_t$  na přechodovou charakteristiku

Z Obrázku 2.4 je patrné, že pokud je sledovací časová konstanta  $T_t$  nevhodně zvolena, zvětší se kmitavost systému. Na čas ustálení však konstanta  $T_t$  vliv nemá.

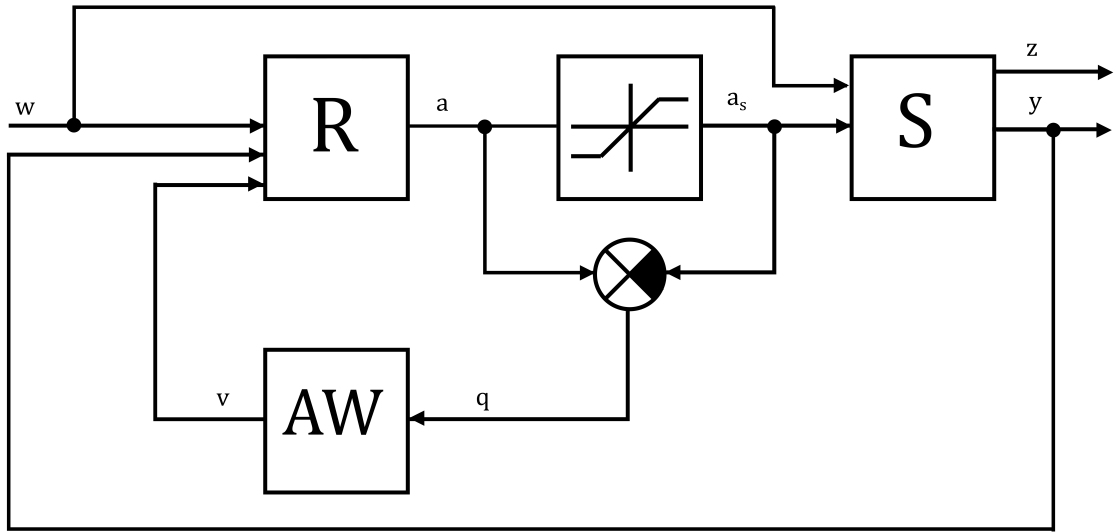
Pokud je použita implementace metody back-calculation v Simulinku v rámci bloku PID Controller, dochází ke změně. Časová konstanta  $T_t$  je nahrazena položkou *back-calculation coefficient*  $K_b$ . Platí

$$K_b = \frac{1}{T_t}. \quad (2.2)$$

## 2.3 Externí Anti-Windup

Výše uvedené *Ad hoc* metody pracují přímo se strukturou regulátoru. Následující metody potlačení windup jevu spočívají v návrhu nového prvku regulační smyčky, který ovlivňuje chování regulátoru zvenku pomocí svých výstupů. Díky této vlastnosti jsou tyto metody také vhodné pro vícerozměrné systémy, u nichž by se kompenzace windup jevu prováděla pomocí *Ad hoc* metod obtížně z důvodu provázání mezi jednotlivými vstupy a výstupy. Docházelo by tedy například k tomu, že by integrační složka regulátoru byla vypínána, ač se jeho výstup do saturace nedostal.

Představené metody byly navrhovány i modelovány podle schématu na Obrázku 2.5 uvedeném v [8], ze kterého bylo při zpracování metod vycházeno.



Obr. 2.5: Použitá struktura z [8]

Do uzavřené smyčky vstupuje signál  $w$ , který je složen ze všech vnějších vstupů, v tomto případě z požadavku  $r$  a poruchy  $d$ , platí  $w = \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix}$ . Je však možné uvažovat, že do regulátoru  $R$  vstupuje pouze část s požadavkem  $r$ . Z něho pak vychází akční zásah  $a$ , jehož hodnota je změněna působením saturace na skutečný akční zásah  $a_s$ . Ten vstupuje do soustavy. Jejimi výstupy jsou  $y$  a odchylka  $z$  pro niž platí

$$z = r - y \quad (2.3)$$

Toho je použito při tvorbě matic v (2.5). Odchylka  $z$  je použita dále při návrhu anti-windupu v 2.3.2.

Vstup do bloku anti-windupu je dán

$$q = a - a_s \quad (2.4)$$

Případně je možné získat jeho hodnotu podobně jako ve schématu 2.2.

Soustava  $S$  je dána těmito stavovými rovnicemi

$$\begin{aligned} \dot{x}_S &= \mathbf{A}_S x_S + \mathbf{B}_{S,a} a + \mathbf{B}_{S,w} w \\ y &= \mathbf{C}_{S,y} x_S + \mathbf{D}_{S,ya} a + \mathbf{D}_{S,yw} w \\ z &= \mathbf{C}_{S,z} x_S + \mathbf{D}_{S,za} a + \mathbf{D}_{S,zw} w \end{aligned} \quad (2.5)$$

Je možné si povšimnout, že porucha nevstupuje do soustavy přes součtový člen s akčním zásahem. Toto rozdělení je dáno základy metody v oblasti robustního řízení.

Při tvorbě programu popsaném v kapitole 3 bylo zavedeno

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{S,a} &= \mathbf{B}_{S,w} \\ \mathbf{D}_{S,ya} &= \mathbf{D}_{S,yw}\end{aligned}\tag{2.6}$$

z důvodu snadnějšího zadávání jednotlivých matic. Odpovídá to situaci, kdy porucha působí na vstupu soustavy.

Pro regulátor  $R$  platí

$$\begin{aligned}\dot{x}_R &= \mathbf{A}_R x_R + \mathbf{B}_{R,y} y + \mathbf{B}_{R,w} w + v_1 \\ a &= \mathbf{C}_R x_R + \mathbf{D}_{R,y} y + \mathbf{D}_{R,w} w + v_2\end{aligned}\tag{2.7}$$

Opět je zde patrné rozdělení matic  $\mathbf{B}$  a  $\mathbf{D}$ , které bylo opět zjednodušeno použitím (2.8), přičemž byl brán ohled na fungování záporné zpětné vazby.

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{R,y} &= -\mathbf{B}_{R,w} \\ \mathbf{D}_{R,y} &= -\mathbf{D}_{R,w}\end{aligned}\tag{2.8}$$

V rovnici 2.7 je možné si povšimnout dalších signálů  $v_1$  a  $v_2$ . Jedná se o výstupy windup kompenzátoru, přičemž jeden ovlivňuje stavy regulátoru  $x_R$  a druhý přímo jeho výstupy  $u$ . To je rozdíl oproti řešení na obrázcích 2.1 a 2.2, kde je tento výstup pouze odčítán od regulační odchylky.

Kompenzace wind-upu je popsána rovnicemi 2.9, je patrné i rozdělení na výstupy  $v_1$  a  $v_2$ .

$$\begin{aligned}\dot{x}_{AW} &= \Lambda_1 x_{AW} + \Lambda_2(q) \\ v &= \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \Lambda_3 x_{AW} + \Lambda_4(q)\end{aligned}\tag{2.9}$$

Opět platí, že  $x_{AW}$  značí stavy anti-windupu, a vstup  $q$  odpovídá rovnici (2.4).

Při výpočtech je použita matice anti-windupu  $\Lambda$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 \\ \Lambda_3 & \Lambda_4 \end{bmatrix}\tag{2.10}$$

Regulační smyčce dané těmito prvky odpovídají následující stavové rovnice

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}_q q + \mathbf{B}_w w \\ a &= \mathbf{C}_y x + \mathbf{D}_{yq} q + \mathbf{D}_{yw} w \\ z &= \mathbf{C}_z x + \mathbf{D}_{zq} q + \mathbf{D}_{zw} w\end{aligned}\tag{2.11}$$

Pro stavy této regulační smyčky  $x$  platí  $x = [x_S^T \quad x_R^T \quad x_{AW}^T]^T$ .

V níže uvedených návrhových metodách se vyskytuje velké množství matic, při jejich značení byla dodržována tato konvence: V dolním indexu je jako první napsáno k jakému

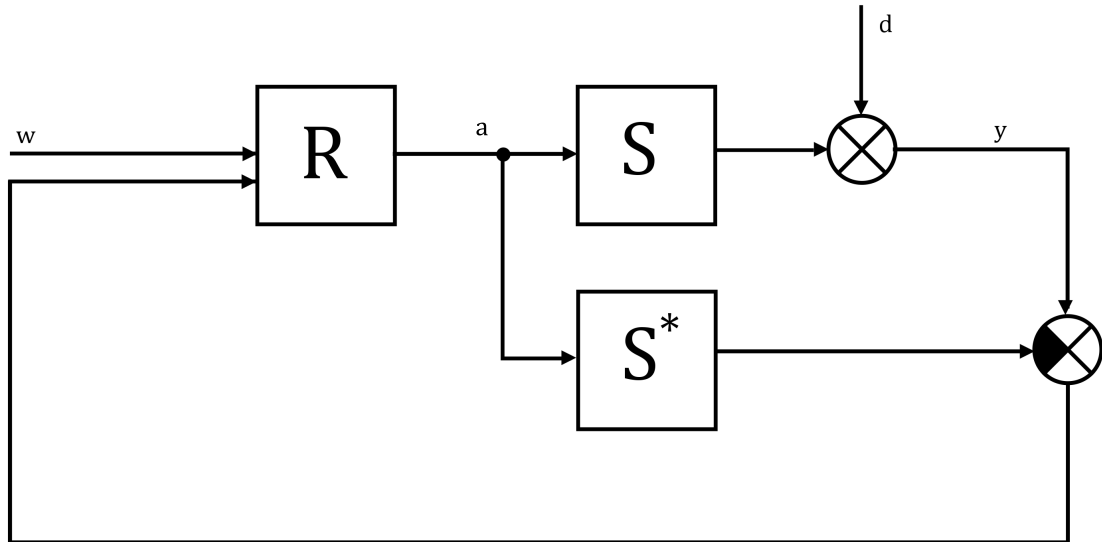
systému matice patří, poté je oddělen čárkou výstup následovaný vstupem. Matice  $\mathbf{D}_{S,yw}$  je tedy maticí  $\mathbf{D}$  soustavy pro výstup  $y$  ovlivňován vstupem  $w$ .

Podobně je značen i řád - v dolním indexu je zapsáno, čeho se týká. Řád  $n_S$  je tedy řádem soustavy,  $n_w$  je řád požadavku  $w$ .

### 2.3.1 Internal Model Control - IMC

Hlavní výhodou struktury IMC (řízení s modelem soustavy) je, že stabilita uzavřené smyčky je zajišťována volbou stabilního IMC regulátoru. Stabilita a parametry přechodného děje této uzavřené smyčky jsou přímo závislé na parametrech tohoto IMC regulátoru. [13]

Metoda IMC je převážně určena ke kompenzaci poruchy či dopravního zpoždění. Důvod je znatelný z Obrázku 2.6.



Obr. 2.6: Původní struktura IMC

Pokud je model  $S^*$  přesný, platí, že výstup soustavy a jejího modelu je stejný, pro regulační odchylku platí

$$\begin{aligned} y &= (S(p) - S^*(p))a + d \\ y &= d \end{aligned} \quad (2.12)$$

Pokud je ovšem  $d = 0$  dochází k řízení v otevřené smyčce. Je tedy patrné, že uzavřená smyčka v této struktuře je jen kvůli kompenzaci poruchy či nepřesností v modelu. Z toho důvodu také není možné použít metodu IMC pro nestabilní soustavy, neboť ty potřebují při řízení uzavřenou smyčku. [13]

Na stejném principu je prováděna i kompenzace windup jevu. Zpětná vazba funguje pouze pro kompenzaci poruchy a samotná soustava je řízena v otevřené smyčce. Což je také nevýhodou této metody. Jelikož je regulace prováděna v otevřené smyčce, regulátor nemá informaci o dopadu akčního zásahu na chování soustavy. Toto nechtěné chování je potlačeno, pokud bude proveden převod na použité schéma 2.5. Takový anti-windup je daný následujícími stavovými maticemi

$$\begin{aligned}\Lambda_1 &= \mathbf{A}_S \\ \Lambda_2 &= \mathbf{B}_{S,a} \\ \Lambda_3 &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_R \mathbf{C}_S \\ \mathbf{D}_R \mathbf{C}_S \end{bmatrix} \\ \Lambda_4 &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_R \mathbf{D}_S \\ \mathbf{D}_R \mathbf{D}_S \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{2.13}$$

Je patrné, že vnitřní dynamika je stejná jako u soustavy. Tvary matic  $\Lambda_3$  a  $\Lambda_4$  jsou pak dány výstupem z anti-windupu  $v$  a jeho rozdělením na  $v_1$  a  $v_2$ .

Využití metody IMC pro potlačení windup jevu bylo dále rozvedeno v [15]. Nicméně se zde pracuje se změnou regulátoru za použití filtračních funkcí. Nejedná se tedy o návrh anti-windup členu jako takového, proto není metoda v této práci studována.

### 2.3.2 Metody založené na LMI

#### $\mathcal{L}_2$ -zesílení

Norma signálu je jedním ze způsobů, jak kvantifikovat kvalitu regulace s ohledem k velikosti určitého signálu. Její výpočet vychází z pravidel pro výpočet norem vektorů. Aby bylo možné vypočítat normu pro signály, je nutné definovat množiny signálů, které mohou tvořit určitý vektorový prostor. Signály, které mohou patřit do  $\mathcal{L}_2$ -prostoru jsou takové signály, které jsou kvadraticky integrovatelné. To znamená, že pro signál  $x(t)$  z daného prostoru platí [12]

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \neq \infty\tag{2.14}$$

$\mathcal{L}_2$ -norma tohoto signálu se pak vypočítá následovně

$$\|x\|_2 = \left( \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \right)^{1/2}\tag{2.15}$$

Systém popsaný rovnicemi (2.11) je navrhován tak, aby jeho přenos mezi vstupem  $w$  a odchylkou  $z$  byl stabilní s konečným  $\mathcal{L}_2$ -zesílením a to, aby bylo minimální. Je tedy nutné nejen zajistit danou stabilitu, ale také určit zesílení, popř. jeho horní hranici. [11]

V případě řešení windup jevu pomocí LMI musí existovat pro danou uzavřenou smyčku taková kvadratická Ljapunovova funkce

$$V = x^T P x \quad (2.16)$$

jejíž derivace je ve tvaru

$$\dot{V} < -\varepsilon|x|^2 - \frac{1}{\gamma}|z|^2 + \gamma|w|^2, \quad \forall (x, w) \neq 0 \quad (2.17)$$

pro konstantu  $\varepsilon > 0$ .

Integrací (2.17) od 0 do  $t$  za předpokladu nulových počátečních podmínek, je získán vztah dokazující konečnost  $\mathcal{L}_2$ -zesílení,  $\gamma$  [8]

$$\|z\|_2 \leq \gamma \|w\|_2 \quad (2.18)$$

Jak je patrné z rovnic (2.17) a (2.18)  $\gamma$  je maximální hodnotou poměru mezi  $\mathcal{L}_2$ -normou odchylky  $z$  a vstupu  $w$ .

### Algoritmus návrhu dle [8]

Ideální regulační smyčku tvořenou prvky S a R je možné zapsat do jednoho systému

$$\begin{aligned} \dot{x}_{CL} &= \mathbf{A}_{CL}x_{CL} + \mathbf{B}_{CL,w}w + \mathbf{B}_{CL,q}q + \mathbf{B}_{CL,v}v \\ a &= \mathbf{C}_{CL,y}x_{CL} + \mathbf{D}_{CL,yw}w + \mathbf{D}_{CL,yq}q + \mathbf{D}_{CL,yv}v \\ z &= \mathbf{C}_{CL,z}x_{CL} + \mathbf{D}_{CL,zw}w + \mathbf{D}_{CL,zq}q + \mathbf{D}_{CL,zv}v \end{aligned} \quad (2.19)$$

Pro stavy  $x_{CL}$  systému platí  $x_{CL} = [x_S \quad x_R]^T$ .

Signál  $q$  představuje vstup do anti-windupu.

$$q = a - \text{sat}(a), \quad (2.20)$$

přičemž funkce  $\text{sat}(a)$  je definována jako

$$\text{sat}(a) = \begin{cases} m & a \geq m \\ a & a \in (-m, m) \\ -m & a \leq -m \end{cases} \quad (2.21)$$

kde  $m$  jsou meze saturace.

Dále je možné uvažovat lineární závislost mezi  $a_s$  a  $q$

$$a_s = a - q \quad (2.22)$$

Pokud je tedy regulační smyčka bez saturace, tak platí

$$a_s = a, \quad v_1 = 0, \quad v_2 = 0 \quad (2.23)$$

a správně navržený regulátor pak zajišťuje stabilitu soustavy. Z čehož vyplývá, že matice symbolizující propojení soustavy a regulátoru

$$\Delta_{Sy} = (\mathbf{I} - \mathbf{D}_{S,ya}\mathbf{D}_{R,y})^{-1}, \quad \Delta_{Ry} = (\mathbf{I} - \mathbf{D}_{R,y}\mathbf{D}_{S,ya})^{-1} \quad (2.24)$$

jsou jednoznačně určeny .

Matice tvořící tuto ideální regulační smyčku vypadají takto

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{CL} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_S + \mathbf{B}_{S,a}\Delta_{Ry}\mathbf{D}_{R,y}\mathbf{C}_{S,y} & \mathbf{B}_{S,a}\Delta_{Ry}\mathbf{C}_R \\ \mathbf{B}_{R,y}\Delta_{Sy}\mathbf{C}_{S,y} & \mathbf{A}_R + \mathbf{B}_{R,y}\Delta_{Sy}\mathbf{D}_{S,ya}\mathbf{C}_R \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{CL,w} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{S,w} + \mathbf{B}_{S,a}\Delta_{Ry}(\mathbf{D}_{R,y}\mathbf{D}_{S,yw} + \mathbf{D}_{R,w}) \\ \mathbf{B}_{R,w} + \mathbf{B}_{R,y}\Delta_{Sy}(\mathbf{D}_{S,ya}\mathbf{D}_{R,w} + \mathbf{D}_{S,yw}) \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{CL,q} &= \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_{S,a}\Delta_{Ry} \\ -\mathbf{B}_{R,y}\Delta_{Sy}\mathbf{D}_{S,ya} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{CL,v} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B}_{S,a}\Delta_{Ry} \\ \mathbf{I} & \mathbf{B}_{R,y}\Delta_{Sy}\mathbf{D}_{S,ya} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{CL,y} &= [\Delta_{Ry}\mathbf{D}_{R,y}\mathbf{C}_{S,y} \quad \Delta_{Ry}\mathbf{C}_R] \\ \mathbf{D}_{CL,yw} &= \Delta_{Ry}(\mathbf{D}_{R,w} + \mathbf{D}_{R,y}\mathbf{D}_{S,yw}) \\ \mathbf{D}_{CL,yq} &= \mathbf{I} - \Delta_{Ry}, \quad \mathbf{D}_{CL,yv} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \Delta_{Ry} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{CL,z} &= [\mathbf{D}_{S,za}\Delta_{Ry}\mathbf{D}_{R,y}\mathbf{C}_{S,y} + \mathbf{C}_{S,z} \quad \mathbf{D}_{S,za}\Delta_{Ry}\mathbf{C}_R] \\ \mathbf{D}_{CL,zw} &= \mathbf{D}_{S,zw} + \mathbf{D}_{S,za}\Delta_{Ry}(\mathbf{D}_{R,y}\mathbf{D}_{S,yw} + \mathbf{D}_{R,w}) \\ \mathbf{D}_{CL,zq} &= -\mathbf{D}_{S,za}\Delta_{Ry}, \quad \mathbf{D}_{CL,zv} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{D}_{S,za}\Delta_{Ry} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.25)$$

**Krok 1** Při řešení anti-windupu pomocí LMI je nutné zajištění řešitelnosti dané soustavy nerovnic dle následujících požadavků

$$1. \quad \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11}\mathbf{A}_S^T + \mathbf{A}_S\mathbf{X}_{11} & \mathbf{B}_{S,w} & \mathbf{X}_{11}\mathbf{C}_{S,z}^T \\ \mathbf{B}_{S,w}^T & -\gamma\mathbf{I} & \mathbf{D}_{S,zw}^T \\ \mathbf{C}_{S,z}\mathbf{X}_{11} & \mathbf{D}_{S,zw} & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.26)$$

$$2. \quad \begin{bmatrix} \mathbf{Y}\mathbf{A}_{CL}^T + \mathbf{A}_{CL}\mathbf{Y} & \mathbf{B}_{CL,w} & \mathbf{Y}\mathbf{C}_{CL,z}^T \\ \mathbf{B}_{CL,w}^T & -\gamma\mathbf{I} & \mathbf{D}_{CL,zw}^T \\ \mathbf{C}_{CL,z}\mathbf{Y} & \mathbf{D}_{CL,zw} & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.27)$$

$$3. \quad \mathbf{X} - \mathbf{Y} \geq 0 \quad (2.28)$$

$$4. \quad h(\mathbf{X} - \mathbf{Y}) \leq n_{AW} \quad (2.29)$$

přičemž (2.26) představuje podmínku asymptotické stability soustavy z hlediska LMI, požadavek (2.27) je totéž pro celou uzavřenou smyčku. Požadavek na hodnotu matice  $h$  je nekonvexním problémem, avšak pro případy, kdy  $n_{AW} = 0$  a  $n_{AW} \geq n_S$ , tato podmínka vypadává. [7]



Řešením soustavy jsou symetrické, pozitivně definitní matice  $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} \\ \mathbf{X}_{21} & \mathbf{X}_{22} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{Y}$ . Vše probíhá s ohledem k minimalizaci  $\gamma$ , která představuje  $\mathcal{L}_2$ -zesílení a její minimalizací je zaručeno, že výsledný průběh bude z hlediska  $\mathcal{L}_2$ -normy nejlepším možným.

**Modifikace pro statický windup kompenzátor** - Za statickou kompenzací je považována taková, pro jejíž řád platí  $n_{AW} = 0$ . Pro takový případ jsou požadavky pozměněny. Jak bylo již zmíněno, vypadáva požadavek na hodnotu (2.29) a požadavek (2.28) je nahrazen

$$\mathbf{X} = \mathbf{Y} \quad (2.30)$$

**Modifikace pro dynamický windup kompenzátor řádu  $n_S$**  Některými autory je tato kompenzace označována jako kompenzace plného řádu („full-order“), jiní takto označují kompenzaci, která má řád  $n_{AW} = n_S + n_R$ . Opět vypadáva požadavek na hodnotu matice  $h$  (2.29) a pro požadavek (2.28) platí

$$\mathbf{X}_{11} - \mathbf{Y}_{11} > 0$$

Matice  $\mathbf{X}$  je poté určena následovně

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{Y}_{12} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

**Krok 2** Za pomoci matic  $\mathbf{X}$  a  $\mathbf{Y}$  jsou vyjádřeny matice  $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{n_{CL} \times n_{AW}}$

$$\mathbf{N}\mathbf{N}^T = \mathbf{X}\mathbf{Y}^{-1}\mathbf{X} - \mathbf{X} \quad (2.32)$$

a  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n_{AW} \times n_{AW}}$

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} + \mathbf{N}^T \mathbf{X}^{-1} \mathbf{N} \quad (2.33)$$

Výsledkem je určení matice  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , kde  $n = n_{CL} + n_{AW}$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^T & \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

**Krok 3** Matice reálného systému daného rovnicemi (2.11) bez anti-windupu je možné zapsat takto

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{CL} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \mathbf{B}_0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{CL,q} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \mathbf{B}_w &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{CL,w} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{y0} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{CL,y} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \mathbf{D}_{y0} &= \mathbf{D}_{CL,yq}, & \mathbf{D}_{yw} &= \mathbf{D}_{CL,yw} \\ \mathbf{C}_{z0} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{CL,z} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \mathbf{D}_{z0} &= \mathbf{D}_{CL,zq}, & \mathbf{D}_{zw} &= \mathbf{D}_{CL,zw} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Pro tyto matice platí  $\mathbf{A}_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B}_0 \in \mathbb{R}^{n \times n_a}$ ,  $\mathbf{B}_w \in \mathbb{R}^{n \times n_w}$ ,  $\mathbf{C}_{y0} \in \mathbb{R}^{n_a \times n}$ ,  $\mathbf{D}_{y0} \in \mathbb{R}^{n_a \times n_a}$ ,  $\mathbf{D}_{yw} \in \mathbb{R}^{n_a \times n_w}$ ,  $\mathbf{C}_{z0} \in \mathbb{R}^{n_z \times n}$ ,  $\mathbf{D}_{z0} \in \mathbb{R}^{n_z \times n_a}$  a  $\mathbf{D}_{zw} \in \mathbb{R}^{n_z \times n_w}$ .

Dále je nutné sestavit matice, které zajišťují vztah mezi soustavou a anti-windupem. Sem patří matice  $\mathbf{H}_1 \in \mathbb{R}^{n_{AW}+n_v \times n}$ ,  $\mathbf{H}_2 \in \mathbb{R}^{(n_{AW}+n_v) \times n_a}$ ,  $\mathbf{H}_3 \in \mathbb{R}^{(n_{AW}+n_v) \times n_z}$ ,  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(n_{AW}+n_v) \times (n+n_a+n_w+n_z)}$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n_{AW}} \\ \mathbf{B}_{CL,v}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{CL,yv}^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{CL,zv}^T \end{bmatrix} \\ \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{H}_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.36)$$

a matice  $\mathbf{G}_1 \in \mathbb{R}^{n_{AW}+n_a \times n}$ ,  $\mathbf{G}_2 \in \mathbb{R}^{(n_{AW}+n_a) \times n_a}$ ,  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{(n_{AW}+n_a) \times (n+n_a+n_w+n_z)}$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{n_{AW}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{n_{AW}} \end{bmatrix} \\ \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \mathbf{Q} & \mathbf{G}_2 \mathbf{U} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Matice  $\mathbf{U} = \delta \mathbf{I}$ ;  $\delta \in \mathbb{R}^+$ ,  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{n_a \times n_a}$  představuje samotné nasycení. Obecně je možný případ, kdy je saturace nesymetrická. Tehdy může být matice  $\mathbf{U}$  volena jako jakákoliv pozitivně definitní diagonální matice o daných rozměrech.

**Krok 4** Po vyjádření matice  $\Psi \in \mathbb{R}^{(n+n_a+n_w+n_z) \times (n+n_a+n_w+n_z)}$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}\mathbf{A}_0^T + \mathbf{A}_0\mathbf{Q} & \mathbf{B}_0\mathbf{U} + \mathbf{Q}\mathbf{C}_0^T & \mathbf{B}_w & \mathbf{Q}\mathbf{C}_{z0}^T \\ \mathbf{U}\mathbf{B}_0^T + \mathbf{C}_0\mathbf{Q} & -2\mathbf{U} + \mathbf{D}_0\mathbf{U} + \mathbf{U}\mathbf{D}_0^T & \mathbf{D}_{yw} & \mathbf{U}\mathbf{D}_{z0}^T \\ \mathbf{B}_w^T & \mathbf{D}_{yw}^T & -\gamma\mathbf{I} & \mathbf{D}_{zw}^T \\ \mathbf{C}_{z0}\mathbf{Q} & \mathbf{D}_{z0}\mathbf{U} & \mathbf{D}_{zw} & -\gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

zbývá vyřešení následující LMI pro neznámou  $\Lambda$  dosazenou z (2.10).

$$\Psi + \mathbf{G}^T \Lambda^T \mathbf{H} + \mathbf{H}^T \Lambda \mathbf{G} < 0 \quad (2.39)$$

Nyní je možné vyjádřit celý systém (2.11) za použití matic (2.35), (2.36), (2.37) a vypočtené matice  $\Lambda$ . [9]

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{A}_0 + \mathbf{H}_1^T \Lambda \mathbf{G}_1, & \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{H}_1^T \Lambda \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{C}_y &= \mathbf{C}_{y0} + \mathbf{H}_2^T \Lambda \mathbf{G}_1, & \mathbf{D}_y &= \mathbf{D}_{y0} + \mathbf{H}_2^T \Lambda \mathbf{G}_2 \\ \mathbf{C}_z &= \mathbf{C}_{z0} + \mathbf{H}_3^T \Lambda \mathbf{G}_1, & \mathbf{D}_z &= \mathbf{D}_{z0} + \mathbf{H}_3^T \Lambda \mathbf{G}_2 \end{aligned} \quad (2.40)$$

### 3 ANTI-WINDUP TOOL

Praktickým výstupem této bakalářské práce je tool pro Matlab umožňující návrh kompenzace windup jevu vzhledem k zadané soustavě a regulátoru. Tento tool zahrnuje metodu IMC a návrh anti-windupu pomocí LMI. Metody clamping a back-calculation nejsou obsaženy, jelikož jsou implementovány přímo v Simulinku v rámci bloku `PID Controller`. V rámci testování jednotlivých metod byly použity výsledky získané použitím tohoto bloku v simulačním schématu.

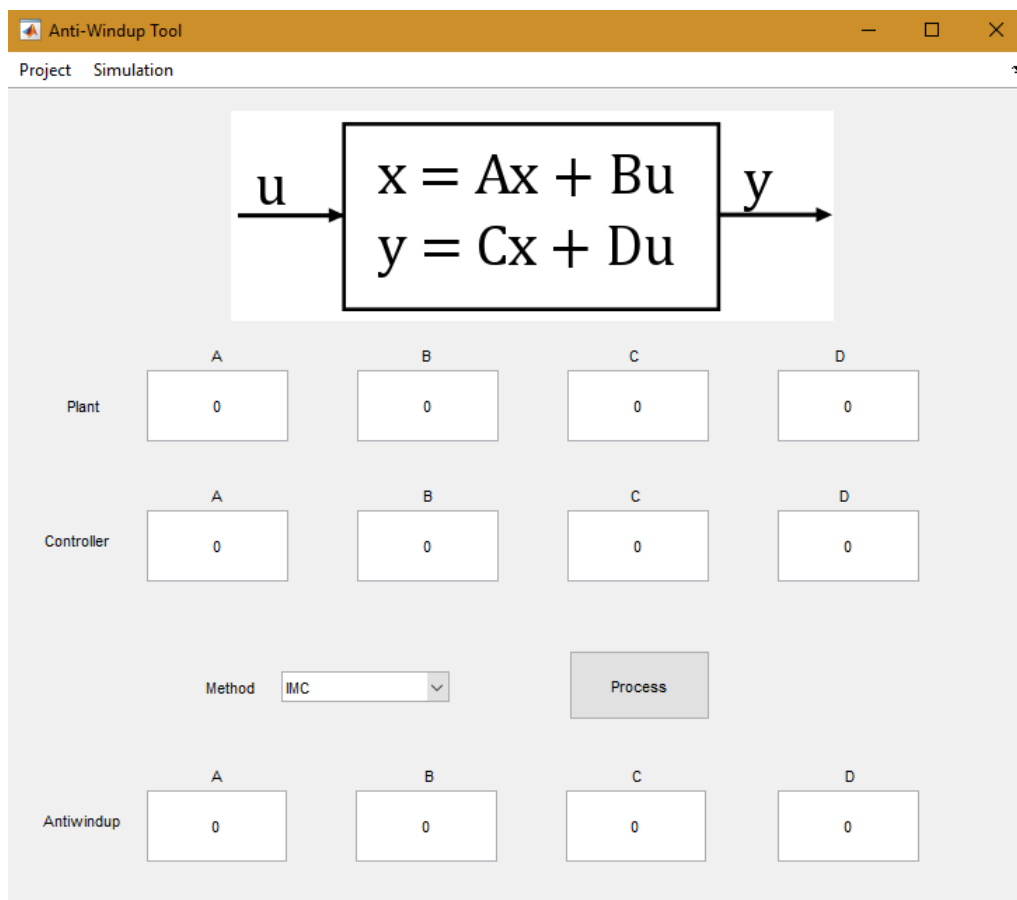
#### 3.1 Matlab GUIDE

Celé uživatelské rozhraní vytvořeného toolu bylo vytvořeno v prostředí GUIDE implementovaném v Matlabu. Samotnou tvorbu toolu lze rozdělit do dvou částí: grafické a programové. Tomu také odpovídá situace, která nastane při založení nového projektu v GUIDE. Po zvolení jména aplikace jsou vytvořeny dva soubory s tímto jménem: `*.fig` odpovídající grafické stránce aplikace a `*.m` zodpovědný za programovou část.

V rámci GUIDE se pracuje převážně s fig-souborem. Nastavují se zde vlastnosti jednotlivých komponent, jako je například velikost, či takzvaný tag. Při práci má uživatel na výběr z velkého množství základních komponent jako jsou tlačítka či rolovací menu. Při práci s fig-souborem je také možné vytvořit menu a nastavit, jestli je možné oknu s aplikací měnit velikost.

Pro funkčnost je důležitější m-soubor. Při umístění komponent vznikají v m-souboru nové funkce, tzv. callbacky. Pro většinu aktivních prvků existují dva: callback při vytvoření a callback při práci s danou komponentou. Každý prvek má také handle, který umožňuje přístup k parametrům daného prvku, například textu napsaném v editačním okně.

## 3.2 Popis rozhraní



Obr. 3.1: Hlavní okno Anti-Windup Toolu

Hlavní okno Anti-Windup Toolu je složeno ze dvou částí: pracovní oblasti a menu. Pracovní oblast umožňuje uživateli zadat systémové matice soustavy a regulátoru. Akceptován je klasický matlabovský zápis matic (hranaté závorky, řádky odděleny středníky), popřípadě funkce jako `eye` a `zeros`. Není možné vkládat matice uložené v hlavním workspace, jelikož GUI vytvořené pomocí GUIDE pracuje jako funkce a proměnné v hlavním workspace jsou pro něj neviditelné.

Dalším prvkem je výběr mezi jednotlivými implementovanými metodami.

Po stisknutí tlačítka **Process** dojde ke zkontrolování matic jak z hlediska systémového - kontrola rozměrů, jestli zadané matice mohou dohromady tvořit stavový prostor, tak z hlediska požadavků metod - asymptotická stabilita soustavy a uzavřené smyčky. Pokud není některý z požadavků splněn, objeví se dialogové okno s popisem chyby. Poté proběhne algoritmus návrhu podle zvolené metody. Výsledné matice se zobrazí v oknech pod tlačítkem. Do hlavního workspace jsou exportovány proměnné prostory sloužící pro simulaci.

Menu je složeno ze dvou podmenu - *Project* a *Simulation*. Druhé zmiňované obsahuje položky *Set Parameters* a *Run*. Po zvolení *Set Parameters* se objeví nové modální okno obsahující několik volitelných parametrů.

	Initial Value	Step time	Final Value
Reference	0	0	0
Disturbance	0	0	0
Saturation	0		
Simulation time	0		

Set

Obr. 3.2: Nastavení parametrů simulace

První tři parametry představují nastavení skokové změny požadavku, následuje totéž pro poruchu. Dalším nastavitelným parametrem je hranice saturace a doba běhu simulace. U všech parametrů je provedena kontrola rozměrů, tudíž je nutné, aby odpovídaly zadanému systému. V případě saturace je možné nastavit pomocí sloupcového vektoru saturaci pro jednotlivé akční členy zvlášť. Stisknutím tlačítka Set se zadané parametry uloží do hlavního workspace.

Po zvolení *Run* proběhne kontrola zadaných parametrů simulace s ohledem k maticím. Kontrola proběhne až při spuštění kvůli možnosti zadat parametry dříve, než bude proveden návrh anti-windupu. Následuje spuštění samotné simulace a následné vykreslení výstupu. Graf zobrazuje výstup ideálního systému, systému saturovaného a systému vybaveného navrženým anti-windupem. Taktéž je zobrazen i průběh požadavku pro kontrolu.

Menu *Project* umožňuje načtení a uložení stavových matic soustavy a regulátoru spolu s parametry simulace do mat-souboru. To umožňuje uživateli vytvořit úlohu v prostředí Matlabu a následně ji načíst do Anti-Windup Toolu. Taktéž je možné načíst systémy použité v testování jednotlivých algoritmů. Postup vytvoření takového mat-souboru je v příloze A.1.

Poslední položkou menu *Project* je *Exit*. Po zvolení této položky budou promazány dočasné soubory a proměnné a zavře se okno Anti-Windup Toolu.

### 3.3 Řešení LMI

V rámci některých testovaných metod je potřeba řešit LMI. K numerickému řešení těchto nerovnic bylo vytvořeno několik solverů. V rámci tvorby Anti-Windup Toolu jich bylo vyzkoušeno několik. Nejdéle byly používány solvery SeDuMi a SDPT3 v programu cvx. Nakonec se ukázalo, že nejsou pro tuto úlohu vhodné, jelikož nepracují s ostrými nerovnostmi, které jsou při řešení vyžadovány.

Správnosti výsledků nepomohl ani často uváděný převod z nerovnic neostrých na ostré [6]

$$\mathbf{X} > 0 \rightarrow \mathbf{X} \geq \mathbf{I} \quad (3.1)$$

Kvůli tomu byl nakonec použit solver dodávaný v rámci Robust Control Toolboxu. Zde se nerovnosti definují přímo jako ostré. Nevýhodou tohoto solveru je poněkud neintuitivní zadávání dané soustavy nerovnic.

Definice soustavy nerovnic začíná příkazem `setlmis()`, přičemž parametr je možné nechat prázdný pro vytvoření nové soustavy, nebo zadat jméno proměnné, která má již rovnice zadané. Nově zadané rovnice a proměnné se přidávají do této soustavy.

Poté následuje definice proměnných, které budou při řešení využity. K tomu slouží funkce `lmivar()`, tato funkce má dva parametry, prvním z nich je určen typ proměnné. Je na výběr ze 3 možných typů. Prvním je symetrická matice, druhým je obdélníková matice a třetím je obecná matice, tato slouží převážně ke skládání matic z dříve uvedených typů. Druhým parametrem, je pak popis této proměnné.

Nejdůležitější částí je definice samotných LMI. K tomu slouží funkce `lmiterm()`. Tato funkce má 4 parametry. Prvním parametrem je vektor složený ze čtyř hodnot. První z nich určuje číslo výrazu v soustavě, přičemž se podle znaménka tohoto čísla rozhoduje o poloze vzhledem ke znaménku  $<$ . Pokud je kladné, zadaná část je na levé straně. Následuje poloha zadaného výrazu v samotné matici. Jednotlivé matice se definují jako trojúhelníkové. Pokud je zde zadaná hodnota  $[0, 0]$  znamená to, že je výraz mimo matici. Jako poslední část parametru je zadána proměnná, která se v tomto výrazu vyskytuje, pokud je zadána s mínusem, bude s ní pracováno jako s transponovanou.

Další dva parametry určují konstantní hodnoty násobené proměnnou, první z nich značí konstanty před proměnnou, druhá za.

Posledním, nepovinným parametrem je tzv. flag. Jeho hodnota 's' umožňuje zápis konjugovaných výrazů na diagonále matice, jako jeden výraz.

Po zadání jednotlivých nerovnic je na místě uložit tato LMI do proměnné, pomocí funkce `getlmis`. [4] Pro ilustraci je v Příloze A.2 uvedena ukázka zápisu LMI (2.26).

Mimo zadávání pomocí příkazového řádku je možné využít i dodávané grafické rozhraní, aktivované příkazem `lmiedit`. Toto rozhraní umožňuje přímý zápis nerovnic pomocí *one per line* výrazů, podobně jako tomu je u cvx.

## 4 TESTOVÁNÍ METOD

Zkoumané metody byly testovány na vybraných soustavách z [2] a na jednoduchém MIMO systému tvořeným setrvačnými články. Podrobnější popisy jednotlivých systémů jsou v příslušných sekcích. Při testování byly hodnoceny čtyři parametry:

### Výpočetní náročnost

Toto kritérium bylo měřeno pomocí funkce v Matlab `cputime`. Pro každou měřenou regulační smyčku bylo provedeno 100 měření a následně byla vypočtena průměrná hodnota měřená v milisekundách na sekundu simulace. Hodnota je orientační, neboť do měření vstupuje vícero vnějších faktorů (například výpočty na pozadí). Přesto je vhodné k němu přihlédnout.

### Překmit

Překmit je jednou z často hodnocených vlastností přechodových charakteristik regulačních smyček. V ideálním případě by měl přechodný děj proběhnout bez překmitu. V tabulkách je uváděn v procentech z požadované hodnoty. Ke zjištění bylo využito funkce `stepinfo`.

### Doba ustálení

Dalším nejčastějším parametrem přechodových charakteristik je doba ustálení. Doba ustálení byla měřena jako čas v sekundách, který uběhl od změny požadavku po ustálení výstupní hodnoty. Za ustálenou byla výstupní hodnota považována, pokud se měnila v rozsahu 2 % své cílové hodnoty. Ke změření tohoto času bylo opět využito funkce `stepinfo`.

### ITAE kritérium

ITAE (z anglického Integral of Time multiplied by Absolute value of Error) kritérium patří mezi integrální kritéria. Ta zjišťují kvalitu regulace v časové oblasti, přičemž se vychází z průběhu regulační odchylky  $e(t)$ .

ITAE kritérium patří mezi váhová kritéria, přičemž v tomto případě je onou váhou čas. Hodnotu ITAE kritéria je možno vypočítat pomocí vztahu

$$J_{ITAE} = \int_0^{\infty} |e(t) - e(\infty)| t \, dt \quad (4.1)$$

kde  $e(t)$  je průběh regulační odchylky,  $e(\infty)$  je ustálená odchylka a  $t$  je čas.[5]

## 4.1 Setrvačný člunek

Nekmitavé soustavy složené z několika sériově zapojených setrvačných článků patří mezi nejčastější regulované soustavy, proto byl za první testovací soustavu zvolen setrvačný člunek

$$F_S(p) = \frac{10}{p+1} \quad (4.2)$$

Zesílení o hodnotě 10 bylo zvoleno záměrně, kvůli projevení windup jevu. Pokud by byl zvolen klasický setrvačný člunek, výstup regulátoru by se do saturace buď nedostal, nebo by nedošlo k ustálení soustavy na požadované hodnotě. Tato soustava byla řízena jednoduchým PI regulátorem

$$F_R(p) = \frac{p+1}{p} \quad (4.3)$$

Uvedeným prvkům odpovídají následující systémové matice

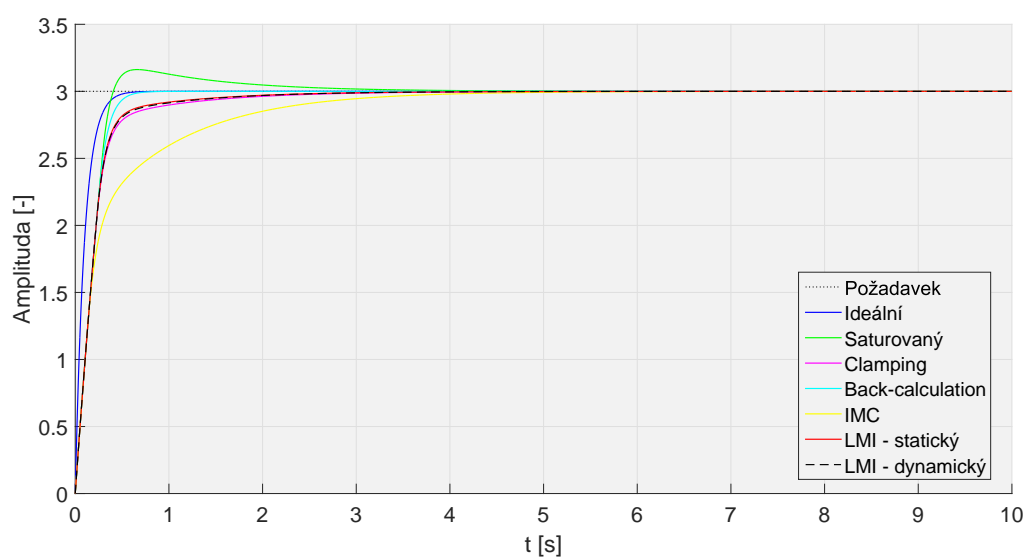
$$\begin{aligned} \mathbf{A}_S &= \begin{bmatrix} -1 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_S &= \begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_S &= \begin{bmatrix} 2, 50 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_S &= \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_R &= \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_R &= \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_R &= \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_R &= \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Takto tvořené regulační smyčce byl v čase  $t = 0$  změněn požadavek na hodnotu  $w = 3$ . Tato hodnota byla opět zapříčiněna nutností vzniku windup jevu. Meze saturace byly nastaveny na  $\pm 1$ . Naměřené přechodové charakteristiky jsou na Obrázku 4.1.

Z těchto přechodových charakteristik vyplývá, že všechny testované metody potlačují překmit způsobený windup jevem. Z hlediska doby trvání přechodného děje pak nejlépe vychází kompenzace s použitím metody back-calculation. Metoda clamping a oba kompenzátory navržené za použití LMI mají velmi podobný průběh. Metoda IMC se ukázala být nevhodnou, přechodný děj trvá dlouho. Podrobnější data jsou uvedena v Tabulce 4.1





Obr. 4.1: Přechodové charakteristiky regulační smyčky se setrvačným článkem.

Tabulka 4.1 potvrzuje tvrzení vyvozená z přehledu přechodových charakteristik. Navíc je zde ukázáno, že kompenzátor vytvořený metodou IMC prodlužuje dobu trvání přechodného děje. To je způsobeno závislostí dynamiky kompenzátoru na dynamice soustavy. Z hlediska výpočetní náročnosti jsou všechny metody srovnatelné. Pouze dynamická kompenzace navržená pomocí LMI je náročnější z důvodu řešení vnitřní dynamiky a algebraických smyček. Nejnižší hodnoty ITAE kritéria dosáhla smyčka s kompenzací typu back-calculation.

Tab. 4.1: Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky se setrvačným článkem

	Strojový čas	Překmit	Doba ustálení	ITAE
	$[ms/s]$	$[\%]$	$[s]$	$[-]$
Ideální systém	-	0	0,39	0,01
Saturovaný systém	-	5,42	1,76	0,14
Clamping	51,27	0	1,53	0,29
Back-calculation	50,38	0	0,51	0,02
IMC	51,08	0	2,91	1,13
LMI - statický	50,94	0	1,29	0,28
LMI - dynamický	55,45	0	1,35	0,29

## 4.2 Soustava čtvrtého řádu

Tato soustava má čtyři póly, jejichž vzájemná vzdálenost je určena parametrem  $\alpha$ . [2] Parametru  $\alpha = 0,5$  odpovídá soustava

$$F_S(p) = \frac{15625}{(p+1)(p+5)(p+25)(p+125)} \quad (4.6)$$

Pro tuto soustavu byl metodou Zieglera-Nicholse navržen PID regulátor ve tvaru

$$F_R(p) = \frac{1,27(p+7,12)^2}{p} \quad (4.7)$$

Regulátor byl z důvodu realizovatelnosti doplněn o časovou konstantu  $\tau_r = 0,001$ .

Takto zvolené soustavě a regulátoru odpovídají matice

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_S &= \begin{bmatrix} -156 & -62,97 & -19,04 & -3,81 \\ 64 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 160 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_S &= \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_S &= [-1242,72 \quad 0,71] & \mathbf{D}_S &= [1274,47] \end{aligned} \quad (4.8)$$

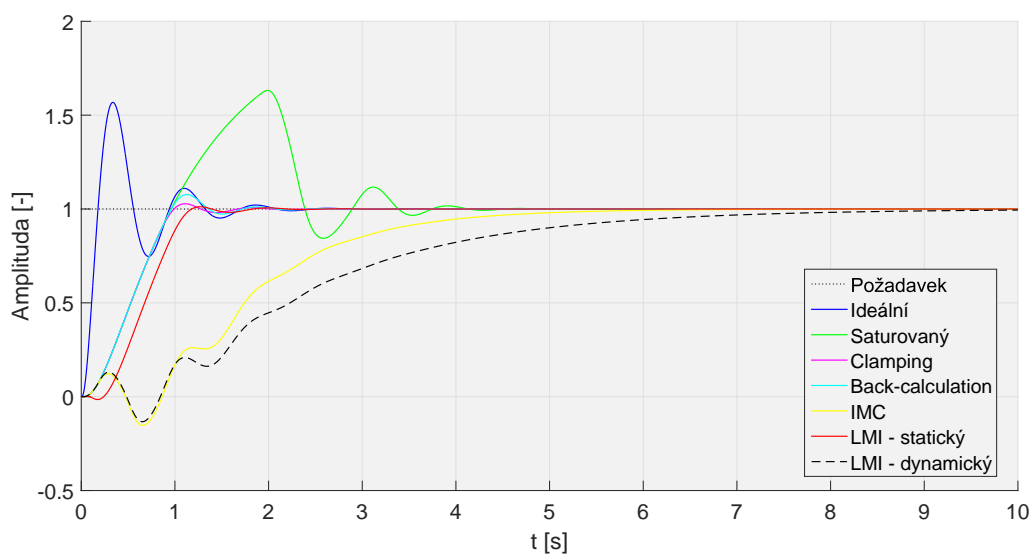
$$\begin{aligned} \mathbf{A}_R &= \begin{bmatrix} -1000 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_R &= \begin{bmatrix} 1024 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_R &= [-1227 \quad 63,06] & \mathbf{D}_R &= [1274,58] \end{aligned} \quad (4.9)$$

V čase  $t = 0$  došlo ke skokové změně požadavku z hodnoty  $w_0 = 0$  na hodnotu  $w = 1$ , přičemž saturaci akčního členu byla nastavena hodnota  $\pm 1$ .

Z přechodových charakteristik na Obrázku 4.2 opět vyplývá, že metoda IMC není pro tento typ soustavy vhodná. To je způsobeno podobně jako v případě setrvačného članku tím, že vnitřní dynamika soustavy je relativně pomalá.

Podobně nevhodným se ukázal i dynamický kompenzátor navržený pomocí LMI. To bylo zapříčiněno tím, že se solver dostal do lokálního minima.

Zbývající metody dosahují velmi podobných výsledků. Je možné si povšimnout, že vhodně zvolená saturace a anti-windup dokonce zlepšují dynamické vlastnosti regulačního děje, výstup má menší překmit, a dokonce se dříve ustálí. Podrobnosti jsou v Tabulce 4.2.



Obr. 4.2: Přechodové charakteristiky regulační smyčky se soustavou čtvrtého řádu

Tabulka 4.2 potvrzuje předchozí tvrzení. Regulační smyčka využívající jakoukoliv z přijatelných metod se ustaluje dříve a je méně kmitavý. Tato kritéria nejlépe splňuje systém se statickou kompenzací navrženou za využití LMI. Tato metoda je ale výpočetně nejnáročnější z důvodu řešení algebraických smyček.

Ovšem z hlediska ITAE kritéria se jako nejvhodnější jeví regulační smyčky s metodami clamping a back-calculation, ač mají větší překmit než smyčka se statickou LMI kompenzací. To je způsobeno hlavně prodlevou ze začátku regulačního děje.

Tab. 4.2: Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky se soustavou čtvrtého řádu

	Strojový čas	Překmit	Doba ustálení	ITAE
	$[ms/s]$	$[\%]$	$[s]$	$[-]$
Ideální systém	-	56,80	1,90	0,08
Saturovaný systém	-	63,18	3,65	1,32
Clamping	59,27	2,79	1,18	0,18
Back-calculation	60,78	7,70	1,59	0,18
IMC	62,09	0	4,84	2,60
LMI - statický	72,35	1,21	1,13	0,28
LMI - dynamický	98,36	0	7,20	4,95

### 4.3 Soustava s neminimální fází

Soustavy s neminimální fází se vyznačují tím, že alespoň jedna jejich nula se nachází v pravé polorovině. Časová konstanta této nestabilní nuly byla zvolena  $\tau = 0,5$ . Celá soustava pak měla tvar

$$F_S(p) = \frac{0,5(-p+2)}{(p+1)^3} \quad (4.10)$$

Řízení bylo zajištěno PID regulátorem navrženým pomocí metody Zieglera-Nicholse

$$F_R(p) = \frac{1,27(p+0,75)^2}{p} \quad (4.11)$$

doplněným o realizační časovou konstantu  $\tau_r = 0,001$ .

Uvedené prvky jsou ve stavovém prostoru charakterizovány těmito maticemi

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_S &= \begin{bmatrix} -3 & -1,50 & -0,50 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_S &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_S &= \begin{bmatrix} 0 & -2,50 & 0,50 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_S &= \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.12)$$

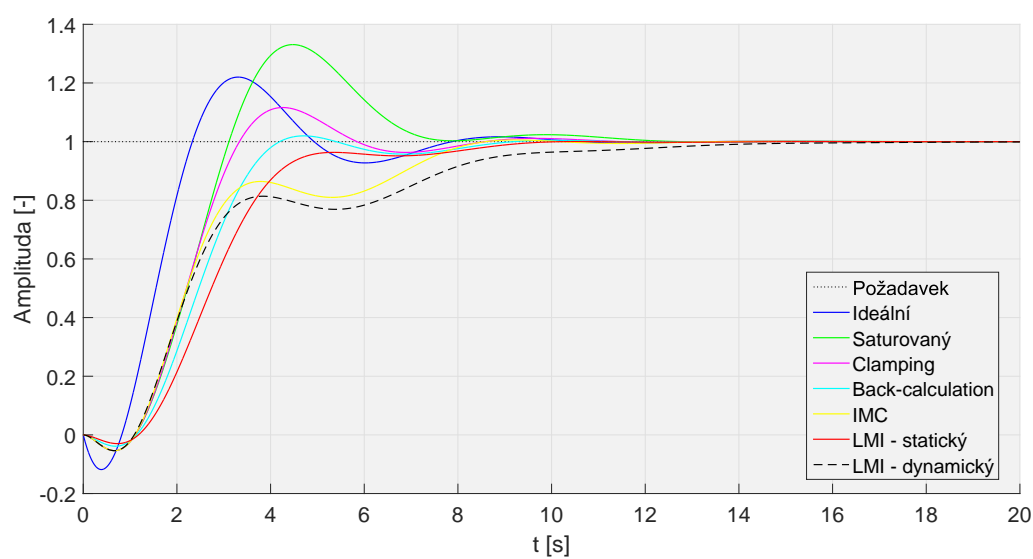
$$\begin{aligned} \mathbf{A}_R &= \begin{bmatrix} -1000 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_R &= \begin{bmatrix} 1024 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_R &= \begin{bmatrix} -1227 & 63,06 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_R &= \begin{bmatrix} 1274,58 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.13)$$

V této regulační smyčce měla saturace hranice v hodnotách  $\pm 2$ . V čase  $t = 0$  proběhla skoková změna požadavku na hodnotu  $w = 1$ .

V přechodových charakteristikách na Obrázku 4.3 je možné vidět, že saturace snižuje vliv nestabilní nuly. Je patrné zmenšení počátečního podkmitu typického pro fázově neminimální soustavy.

Pro tuto soustavu vychází jako nejméně vhodný dynamický anti-windup navržený pomocí LMI. Doba ustálení je delší než u saturované regulační smyčky. Pozitivním aspektem však je, že překmit je nulový. Naopak největší překmit má soustava s anti-windupem typu clamping, která se nejrychleji ustálí. Zbývající tři jsou srovnatelné, nicméně metoda IMC vychází jako nejlepší kompromis mezi překmitem a dobou ustálení.

Podrobná data jsou v Tabulce 4.3. V těchto datech je možné si povšimnout, že z hlediska ITAE kritéria je za nejlepší regulační smyčku považována smyčka s clampingem. To je způsobeno tím, že je v kritériu použit jako váha čas, což znevýhodňuje pomalejší přechody.



Obr. 4.3: Přechodové charakteristiky regulační smyčky se soustavou s neminimální fází

Tab. 4.3: Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky se soustavou s neminimální fází

	Strojový čas	Překmit	Doba ustálení	ITAE
	$[ms/s]$	$[\%]$	$[s]$	$[-]$
Ideální systém	-	21,98	7,35	3,73
Saturovaný systém	-	33,08	10,45	7,01
Clamping	31,75	11,62	7,78	3,91
Back-calculation	30,83	1,96	8,13	4,31
IMC	36,18	0,56	7,98	4,95
LMI - statický	46,14	0,04	8,52	5,64
LMI - dynamický	49,85	0	12,13	9,99

## 4.4 Soustava s dopravním zpožděním

Soustava byla dána následujícím operátorovým přenosem

$$F_S(p) = \frac{4}{(p+2)^2} e^{-p} \quad (4.14)$$

Pro aproximaci dopravního zpoždění byla použita Padého aproximace. Tato aproximace vychází z vyjádření exponenciální funkce  $e^x$  mocninnou řadou. Pro Padého aproximaci dopravního zpoždění platí

$$e^{-Tp} = \frac{e^{-0,5Tp}}{e^{0,5Tp}} = \frac{1 - 0,5Tp + \dots}{1 + 0,5Tp + \dots} \quad (4.15)$$

Je možné si povšimnout, že v aproximaci dopravního zpoždění se objeví nestabilní nula.

Řízení bylo provedeno PID regulátorem

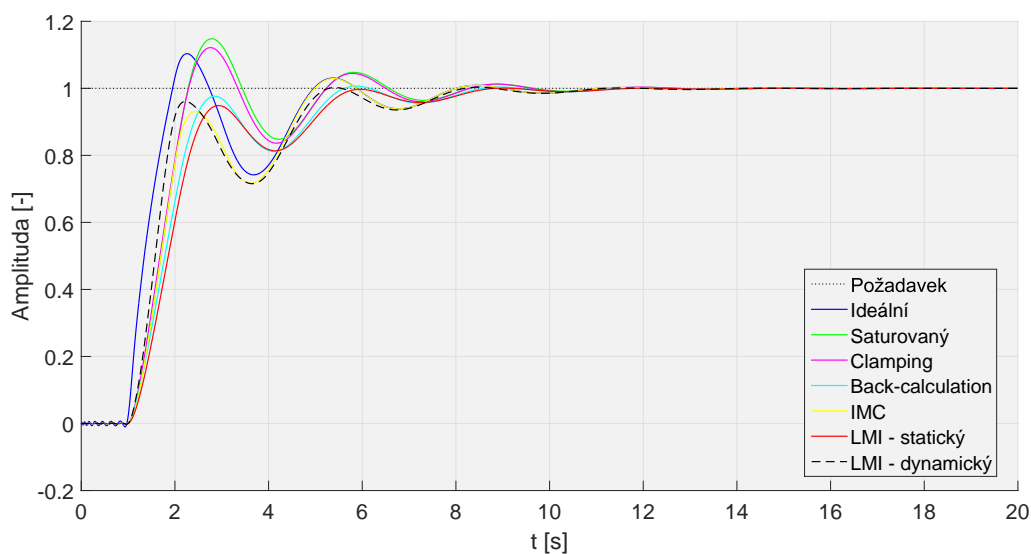
$$F_R(p) = \frac{0,48(p+1,09)^2}{p} \quad (4.16)$$

navrženým metodou Zieglera-Nicholse a doplněným o realizační časovou konstantu  $\tau_r = 0,001$ .

Jelikož bylo dopravní zpoždění aproximováno Padého aproximací 15. řádu, není zde možné uvést matice soustavy, jelikož té vzrostl řád na 17.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_R &= \begin{bmatrix} -1000 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_R &= \begin{bmatrix} 512 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_R &= \begin{bmatrix} -928,78 & 1,12 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_R &= \begin{bmatrix} 476,58 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Akční člen této regulační smyčky měl hranice saturace v  $\pm 2$ . V čase  $t = 0$  došlo ke skokové změně požadavku na hodnotu  $w = 1$ . Na Obrázku 4.4 jsou zobrazeny přechodové charakteristiky. Z tvaru jejich průběhu vyplývá, že clamping v tomto případě windup jev prakticky nepotlačuje. Soustava s kompenzátozem navrženým metodou IMC se svým chováním nejvíce přibližuje chování ideální soustavy.



Obr. 4.4: Přechodové charakteristiky regulační smyčky se soustavou s dopravním zpožděním

Nejmenší překmit má, dle dat v Tabulce 4.4, systém se statickou kompenzací windup jevu navrženou za využití LMI. Ten se ale nejpomaleji ustálí. Nejrychleji se ustaluje systém s použitím IMC kompenzátoru. Kompromisem mezi těmito dvěma požadavky je využití dynamického kompenzátoru navrženého pomocí LMI. Ten má však největší výpočetní náročnost. Tu způsobuje vnitřní dynamika tohoto kompenzátoru a nutnost řešit algebraické smyčky.

Vzhledem k ITAE kritériu je nejvhodnější použít kompenzaci typu back-calculation. Přechodová charakteristika smyčky s touto kompenzací má strmější počáteční nárůst. Tím se liší od smyčky se statickou LMI kompenzací. Ta sice vykazuje velmi podobné chování ale počáteční nástup je méně strmý, což se také projevilo na hodnotě ITAE kritéria.

Tab. 4.4: Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky se soustavou s dopravním zpožděním

	Strojový čas	Překmit	Doba ustálení	ITAE
	$[ms/s]$	$[\%]$	$[s]$	$[-]$
Ideální systém	-	10,34	7,63	3,51
Saturovaný systém	-	14,81	7,86	4,27
Clamping	26,10	12,16	7,88	4,14
Back-calculation	24,21	0,71	8,01	3,63
IMC	43,64	2,93	7,64	4,04
LMI - statický	49,77	0,08	8,08	3,88
LMI - dynamický	54,99	0,33	7,71	3,94



## 4.5 Tuhá soustava

Tuhými (stiff) systémy jsou nazývány takové systémy, které obsahují velmi pomalou a velmi rychlou časovou konstantu, což způsobuje komplikace obzvláště při numerickém řešení diferenciálních rovnic takového systému. Použitá soustava

$$F_S(p) = \frac{150(p+0,37)}{(p+10)^2(p+1)(p+0,05)} \quad (4.18)$$

odpovídá soustavě uvedené v [2, str. 2]. Použitý regulátor navržený metodou Zieglera-Nicholse, včetně realizační časové konstanty  $\tau_r = 0,001$ , je dán operátorovým přenosem

$$F_R(p) = \frac{0,67(p+6,79)^2}{p(p+1000)} \quad (4.19)$$

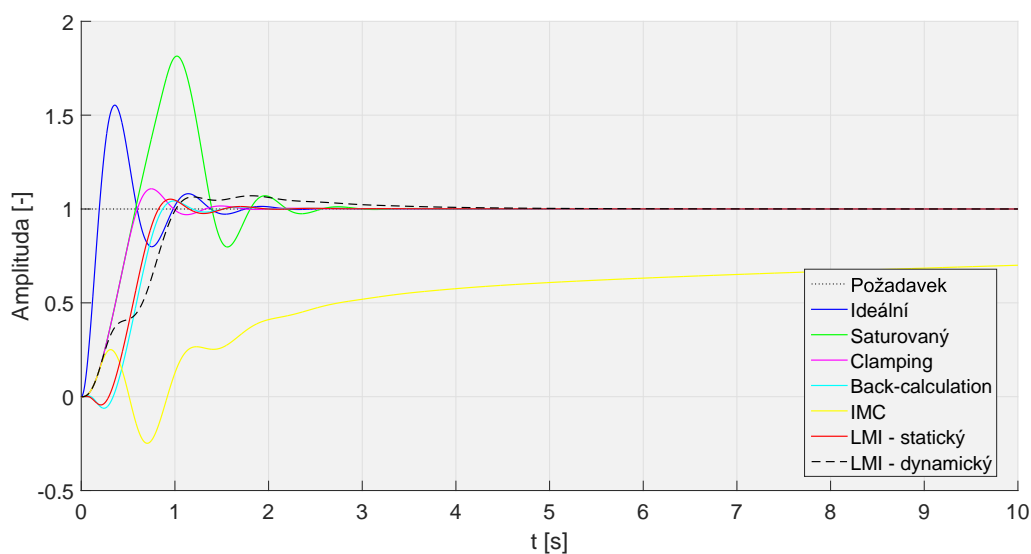
Tyto prvky mají následující systémové matice

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_S &= \begin{bmatrix} -21,05 & -7,57 & -3,31 & -0,31 \\ 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,50 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_S &= \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_S &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,17 & 0,86 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_S &= \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_R &= \begin{bmatrix} -1000 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_R &= \begin{bmatrix} 1024 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_R &= \begin{bmatrix} -648,98 & 30,30 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_R &= \begin{bmatrix} 673,70 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Regulační smyčce byla v čase  $t = 0$  provedena změna požadavku na  $w = 1$ . Meze saturace byly nastaveny na  $\pm 2$ . Na Obrázku 4.5 jsou zobrazeny průběhy přechodových charakteristik, ze kterých vyplývá, že metoda anti-windupu IMC je pro takovou nevhodná. Projevuje se zde závislost metody na vnitřní dynamice soustavy. Je možné pozorovat podobné chování, jako má soustava, ale kvůli saturaci nedošlo k dostatečnému nárůstu výstupní hodnoty.

Dále je nevhodný dynamický LMI kompenzátor. Regulační smyčce s touto kompenzací trvá ustálení příliš dlouho, za což může vnitřní dynamika kompenzace.



Obr. 4.5: Přechodové charakteristiky regulační smyčky s tuhou soustavou

Jako nejvhodnější dle naměřených dat v Tabulce 4.5 vychází anti-windup typu back-calculation, jelikož soustava využívající tento anti-windup dosahuje nejrychleji ustálení a zároveň má nejmenší překmit. Taktéž byla její simulace nejméně náročná na strojový čas.

Z hlediska ITAE kritéria lze za nejvhodnější považovat metodu clamping, která na rozdíl od ostatních metod nemá takovou počáteční prodlevu.

Tab. 4.5: Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky s tuhou soustavou

	Strojový čas	Překmit	Doba ustálení	ITAE
	$[ms/s]$	$[\%]$	$[s]$	$[-]$
Ideální systém	-	55,31	1,63	0,15
Saturovaný systém	-	81,43	2,43	0,59
Clamping	61,81	10,75	1,22	0,12
Back-calculation	60,50	4,27	1,11	0,23
IMC	60,98	-	-	-
LMI - statický	69,98	5,23	1,37	0,22
LMI - dynamický	71,84	7,04	3,14	0,49

## 4.6 Kmitavá soustava

Kmitavou soustavu je možné poznat tím, že se v jejím operátorovém přenosu vyskytují komplexně sdružené póly. Obecný tvar kmitavé soustavy je

$$F(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2T\xi p + 1} \quad (4.22)$$

kde  $k$  je zesílení,  $T$  je časová konstanta a  $\xi$  je poměrné tlumení. V testovací soustavě byla zvolena časová konstanta  $T = 0.1$  a poměrné tlumení  $\xi = 0,1$ . Po doplnění o setrvačný členek odpovídá soustavě operátorový přenos

$$F_S(s) = \frac{100}{(p+1)(p^2+2p+100)} \quad (4.23)$$

Pro tuto soustavu byl metodou Zieglera-Nicholse navržen regulátor

$$F_R(p) = \frac{0,09(p+6,43)^2}{p} \quad (4.24)$$

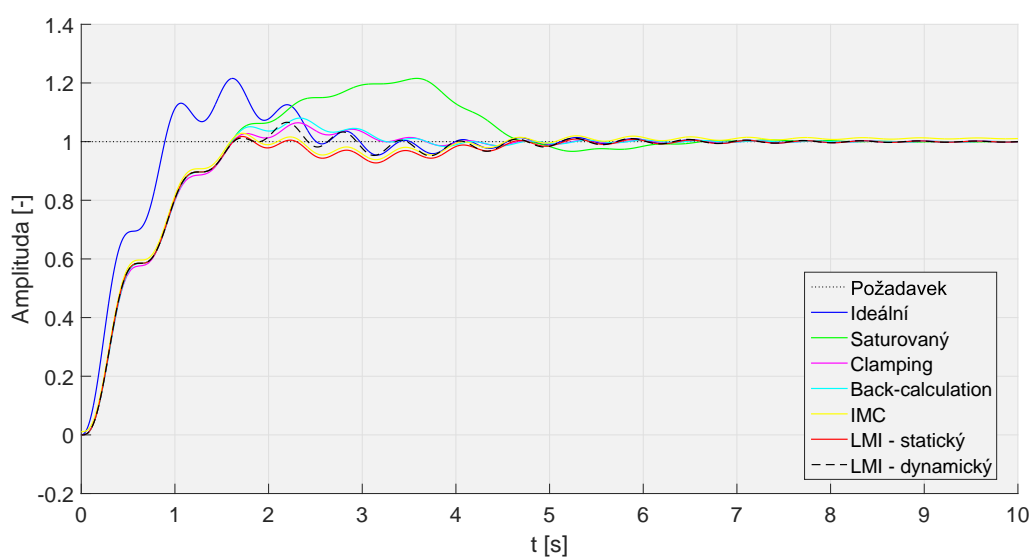
doplněný o realizační časovou konstantu  $\tau_r = 0,001$ . Těmto prvkům odpovídají následující systémové matice

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_S &= \begin{bmatrix} -3 & -6,38 & -3,13 \\ 16 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_S &= \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_S &= [0 \ 0 \ 1,56] & \mathbf{D}_S &= [0] \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_R &= \begin{bmatrix} -1000 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_R &= \begin{bmatrix} 256 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_R &= [-370,64 \ 15,52] & \mathbf{D}_R &= [96,12] \end{aligned} \quad (4.26)$$

Akční člen regulační smyčky měl hranice saturace nastaveny na  $\pm 1,25$  a v čase  $t = 0$  došlo ke skokové změně požadavku na  $w = 0$

V přechodových charakteristikách na Obrázku 4.6 byl k výstupu systému využívajícího IMC kompenzaci přičten offset 0,01, jelikož je průběh shodný s průběhem systému využívající statický LMI kompenzátor. Tyto dva průběhy mají také nejmenší překmit. Podrobná data jsou uvedena v Tabulce 4.6.



Obr. 4.6: Přechodové charakteristiky regulační smyčky s kmitavou soustavou

Dle dat dostupných v Tabulce 4.6 lze tvrdit, že mezi nejvhodnější metody pro tento typ soustavy patří metoda IMC a metoda clamping. Regulační smyčka s IMC byla vybrána, protože dosahuje nejmenšího překmitu a byla méně výpočetně náročná než smyčka se statickým LMI kompenzátozem. Smyčka s clampingem se ustaluje nejrychleji, ale za cenu velikosti překmitu.

Clamping se ukázal jako vhodnější vzhledem k hodnotě ITAE kritéria. Ta se ale od hodnoty uvedené pro regulační smyčku s IMC kompenzací neliší nijak markantně.

Tab. 4.6: Porovnání přechodových charakteristik regulační smyčky s kmitavou soustavou

	Strojový čas	Překmit	Doba ustálení	ITAE
	$[ms/s]$	$[\%]$	$[s]$	$[-]$
Ideální systém	-	21,60	4,42	0,75
Saturovaný systém	-	22,64	3,96	1,77
Clamping	20,93	6,51	3,08	0,52
Back-calculation	19,75	8,13	3,12	0,56
IMC	29,70	1,79	4,47	0,55
LMI - statický	35,36	1,79	4,47	0,55
LMI - dynamický	36,95	6,58	4,45	0,62

## 4.7 Vícerozměrný systém

Testování proběhlo na soustavě se dvěma vstupy a dvěma výstupy složené ze setrvačných článků:

$$F_S(p) = \begin{bmatrix} \frac{1}{p+1} & 0 \\ \frac{1}{p+10} & \frac{1}{p+5} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Řízení bylo provedeno vícerozměrným regulátorem sestaveným následovně

$$F_R(p) = \begin{bmatrix} \frac{100(p+2)}{40(p+1)(p+5)} & 0 \\ \frac{100(p+10)}{p(p+10)(p+1000)} & \frac{100(p+10)}{p} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Návrh regulátoru byl proveden s ohledem ke stabilitě regulačního obvodu a dostatečné demonstraci windup jevu. Jedná se o podobný problém, jako byl popsán v 4.1.

Takto navrženým prvkům regulační smyčky odpovídají matice

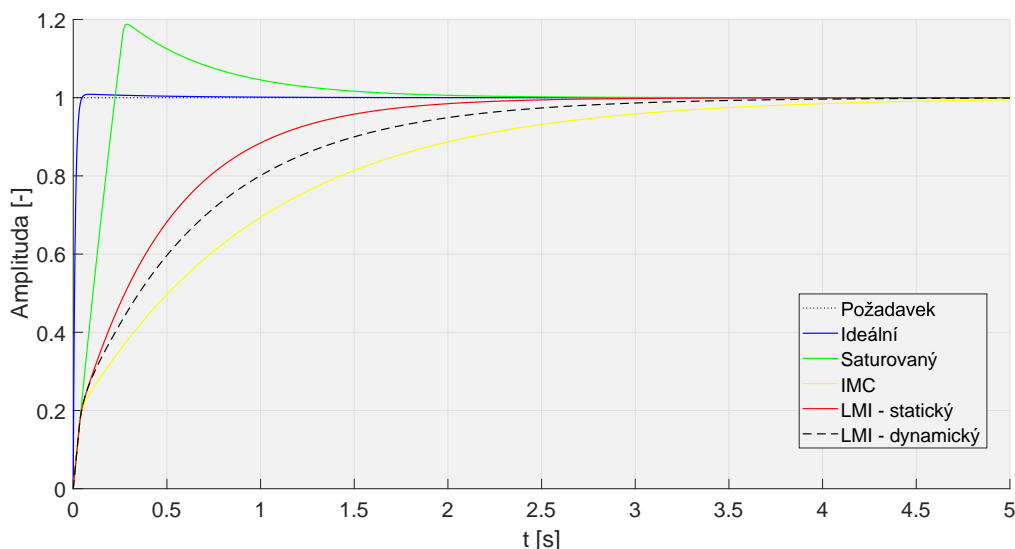
$$\begin{aligned} \mathbf{A}_S &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_S &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_S &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_S &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_R &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1010 & -78,10 & 0 & 0 \\ 0 & 128 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{B}_R &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,50 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_R &= \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 3,75 & 3,13 & 500 \end{bmatrix} & \mathbf{D}_R &= \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Saturace akčního členu byla nastavena na hodnotu  $\pm 5$ . V čase  $t = 0$  byl změněn požadavek na hodnotu  $w = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Výsledné přechodové charakteristiky jsou na Obrázcích 4.7 pro výstup 1 a 4.8 pro výstup 2, u kterého je zobrazovaný čas zkrácen na 1,5, jelikož byl jeho přechodný děj rychlejší než u výstupu 1. Z grafů je patrné, že překmit způsobený windup jevem potlačují všechny tři metody dostatečně. Všechny regulační smyčky využívající některou z metod kompenzace mají také menší překmit než smyčka ideální. Horší to je s dobou ustálení, v případě výstupu 1 se všechny regulační smyčky s nějakou kompenzací windup jevu ustalují později než smyčka, která je pouze zasaturovaná.

Po srovnání dat v Tabulce 4.7 je možné uvažovat jako nejméně výpočetně náročnou dynamickou LMI. Naopak nejnáročnější je statická LMI kompenzace. Překmit nelze u

výstupu 1 nelze porovnávat, jelikož byl ve všech regulačních smyčkách potlačen. Proto je možné rozhodnout pouze doby ustálení, která je nejkratší v případě statické LMI kompenzace, která má také nejmenší hodnotu ITAE kritéria.



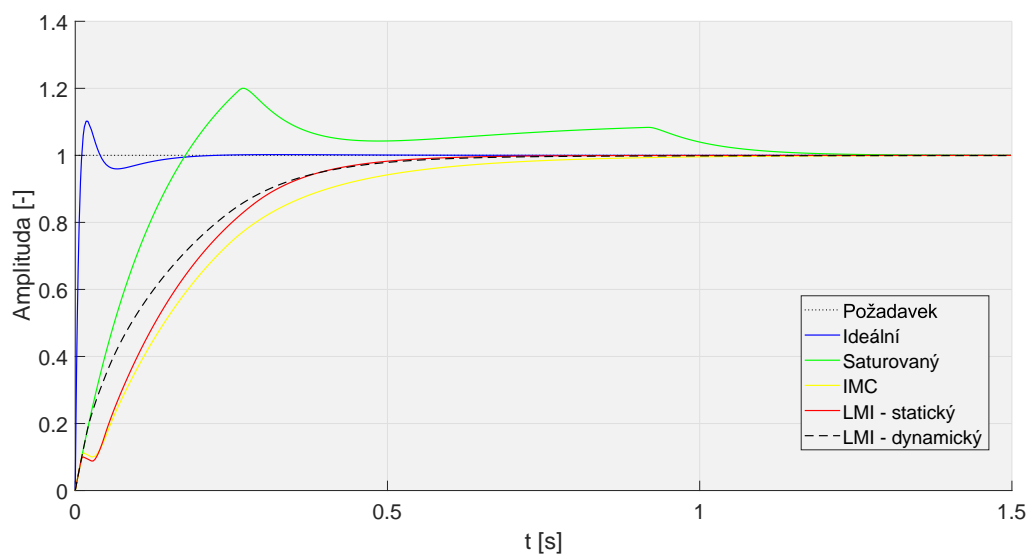
Obr. 4.7: Přechodové charakteristiky výstupu 1 MIMO regulační smyčky

Tab. 4.7: Porovnání přechodových charakteristik výstupu 1 MIMO regulační smyčky

	Strojový čas	Překmit	Doba ustálení	ITAE
	$[ms/s]$	$[\%]$	$[s]$	$[-]$
Ideální systém	-	0,86	0,04	0
Saturovaný systém	-	18,78	1,41	0,08
IMC	125,53	0.00	3,49	0,80
LMI - statický	219,93	0	1,87	0,21
LMI - dynamický	123,28	0	2,67	0,42

V Tabulce 4.8 jsou uvedeny naměřené hodnoty pro výstup 2. Opět nelze rozhodnout na základě překmitu, jelikož jej všechny použité metody potlačují. Z hlediska doby ustálení nastává rozdíl, jelikož se všechny smyčky s kompenzací ustalují dříve než smyčka, která je pouze saturovaná. Nejrychleji se ustaluje smyčka využívající statickou LMI kompenzaci.

Hodnoty ITAE kritéria byly natolik malé, že na jejich bázi nelze rozhodnout.



Obr. 4.8: Přechodové charakteristiky výstupu 2 MIMO regulační smyčky

Tab. 4.8: Porovnání přechodových charakteristik výstupu 1 MIMO regulační smyčky

	Překmit	Doba ustálení	ITAE
	[%]	[s]	[—]
Ideální systém	10,21	0,12	0
Saturovaný systém	20,01	1,06	0,04
IMC	0	0,70	0,03
LMI - statický	0	0,49	0,02
LMI - dynamický	0	0,51	0,02

Vzhledem k tomu, že všechny použité metody potlačují windup jev dostatečně a všechny regulační smyčky s anti-windupem mají menší překmit, je možné se rozhodnout dle doby ustálení a vybrat statickou LMI kompenzací.

## 5 ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo představit windup jev a metody jeho potlačení. Vybrány byly čtyři metody - back-calculation, clamping, IMC a návrh pomocí LMI. Tyto metody byly rozděleny do dvou skupin - starších *Ad hoc* metod, které pracují přímo se strukturou použitého regulátoru, konkrétně jeho integrační složkou. Sem patří metoda podmíněné integrace (clamping) a back-calculation.

Druhou skupinou byly metody pro návrh externího anti-windup prvku. První z nich je metoda založená na struktuře řízení s vnitřním modelem soustavy (Internal Model Control - IMC). Tato metoda bývá v praxi často využívána pro kompenzaci dopravního zpoždění, či poruchy. Zároveň se jedná o jednoduchou metodu návrhu kompenzace windup jevu, která pro asymptoticky stabilní soustavy zajišťuje vždy stabilitu, ovšem za cenu kvality regulačního děje.

Nejkomplexnější metodou návrhu byla ta za použití LMI. Minimalizace proměnné za využití soustavy maticových nerovnic představuje minimalizaci  $\mathcal{L}_2$ -zesílení. Pokud je využita takto navržená kompenzace windup jevu, je zajištěna stabilita celé regulační smyčky, neboť odvození vychází z Ljapunovovy funkce. Navíc takto navržená kompenzace zajišťuje, že poměr mezi vstupem a regulační odchylkou bude z hlediska  $\mathcal{L}_2$ -normy minimální. Tato metoda umožňuje návrh statické kompenzace a kompenzace řádu stejného, jako je řád soustavy, či vyššího. Problémem je využití numerických metod řešení LMI, což může způsobit nenalezení opravdu optimálního řešení.

V rámci bakalářské práce byla také vytvořena aplikace pro Matlab umožňující provést návrh kompenzace metodou IMC a za pomoci LMI. Ke tvorbě této aplikace bylo použito prostředí GUIDE implementované v Matlabu. A pro řešení LMI, při návrhu odpovídajících kompenzátorů, bylo využito solveru obsaženého v Robust Control Toolboxu.

Popsané metody byly následně otestovány na několika soustavách. Ukázalo se, že *Ad hoc* metody jsou pro SISO systémy dostačující, ale jejich výsledky je v některých případech možné vylepšit použitím některé z metod využívající externí kompenzaci, které se ukázaly být lepší převážně v potlačení překmitu. Ze simulací vyplynulo, že vhodně zvolenou saturací a anti-windupem je možné vylepšit dynamické vlastnosti přechodného děje. Pro podrobnější informace je možné nahlédnout do grafů na Obrázcích 4.1 - 4.8 a Tabulek 4.1 - 4.8

Ukázalo se, že není možné vybrat ideální metodu potlačení windup jevu, jelikož každá zajišťuje jiné vlastnosti regulačního děje. Proto je vhodné provést simulaci a vybrat metodu podle naměřených výsledků.



## LITERATURA

- [1] ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T.: *PID controllers: theory, design and tuning*. USA: Instrument Society of America, 1995.
- [2] ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T.: Benchmark systems for PID control. *Digital Control—Past, present, and future of PID Control*, 2000.
- [3] ÅSTRÖM, K. J.; RUNDQWIST, L.: Integrator windup and how to avoid it. In *American Control Conference, 1989*, IEEE, 1989, s. 1693–1698.
- [4] BALAS, G.; CHIANG, R.; PACKARD, A.; aj.: *Robust Control Toolbox: User's Guide(r2017a)*. MathWorks, Březen 2017, [online], [cit. 2017-05-17], Dostupné z: [https://www.mathworks.com/help/pdf\\_doc/robust/robust\\_ug.pdf](https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/robust/robust_ug.pdf).
- [5] BLAHA, P.; VAVŘÍN, P.: Řízení a regulace I. [online], [cit. 2017-05-17], verze 1.3.5, Dostupné z: <https://sites.google.com/site/rizeniaregulace1/prednasky/brr1.pdf>.
- [6] BOYD, S. P.: Lecture 15: Linear matrix inequalities and the S-procedure, [online], [cit. 2017-05-22], Dostupné z: <https://stanford.edu/class/ee363/lectures/lmi-s-proc.pdf>.
- [7] GALEANI, S.; TARBOURIECH, S.; TURNER, M.; aj.: A tutorial on modern anti-windup design. *European Journal of Control*, ročník 15, č. 3-4, 2009: s. 418–440.
- [8] GRIMM, G.; POSTLETHWAITE, I.; TEEL, A. R.; aj.: Case studies using linear matrix inequalities for optimal anti-windup synthesis. In *2001 European Control Conference (ECC)*, IEEE, 2001, s. 3794–3799.
- [9] GRIMM, G.; POSTLETHWAITE, I.; TEEL, A. R.; aj.: Linear matrix inequalities for full and reduced order anti-windup synthesis. In *American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001*, ročník 5, IEEE, 2001, s. 4134–4139.
- [10] HIPPE, P.: *Windup in control: its effects and their prevention*. Springer Science & Business Media, 2006, ISBN 978-1-84628-323-9.
- [11] KHALIL, H. K.: *Nonlinear Systems (3rd Edition)*. Prentice Hall, 2001, ISBN 0130673897.
- [12] MACMARTIN, D. G.: CDS110b - Introduction to Control Theory. [online], [cit. 2017-05-22], Dostupné z: <http://www.cds.caltech.edu/~macmardg/courses/cds110b/dft/dft92-ch2.pdf>.

- [13] MORARI, M.; ZAFIRIOU, E.: *Robust process control*, ročník 488. Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1989, ISBN 0-13-782153-0.
- [14] ŠOLC, F.; VÁCLAVEK, P.; VAVŘÍN, P.: Řízení a regulace II. [online],[cit. 2017-04-20], verze 1.27 (leden 2011), Dostupné z: [brr2.vaclavek.net/soubory-ke-stazeni/Regulace\\_a\\_rizeni\\_II.pdf](http://brr2.vaclavek.net/soubory-ke-stazeni/Regulace_a_rizeni_II.pdf).
- [15] ZHENG, A.; KOTHARE, M. V.; MORARI, M.: Anti-windup design for internal model control. *International Journal of Control*, ročník 60, č. 5, 1994: s. 1015–1024.

# SEZNAM PŘÍLOH

<b>A</b>	<b>Zdrojové kódy</b>	<b>52</b>
A.1	Tvorba projektu pro Anti-Windup Tool . . . . .	52
A.2	Zadávání LMI v Robust Control Toolboxu . . . . .	53
<b>B</b>	<b>Testovací model</b>	<b>54</b>
<b>C</b>	<b>Obsah přiloženého CD</b>	<b>55</b>

## A ZDROJOVÉ KÓDY

### A.1 Tvorba projektu pro Anti-Windup Tool

Výpis A.1: Příklad vytvoření projektu pro Anti-Windup tool

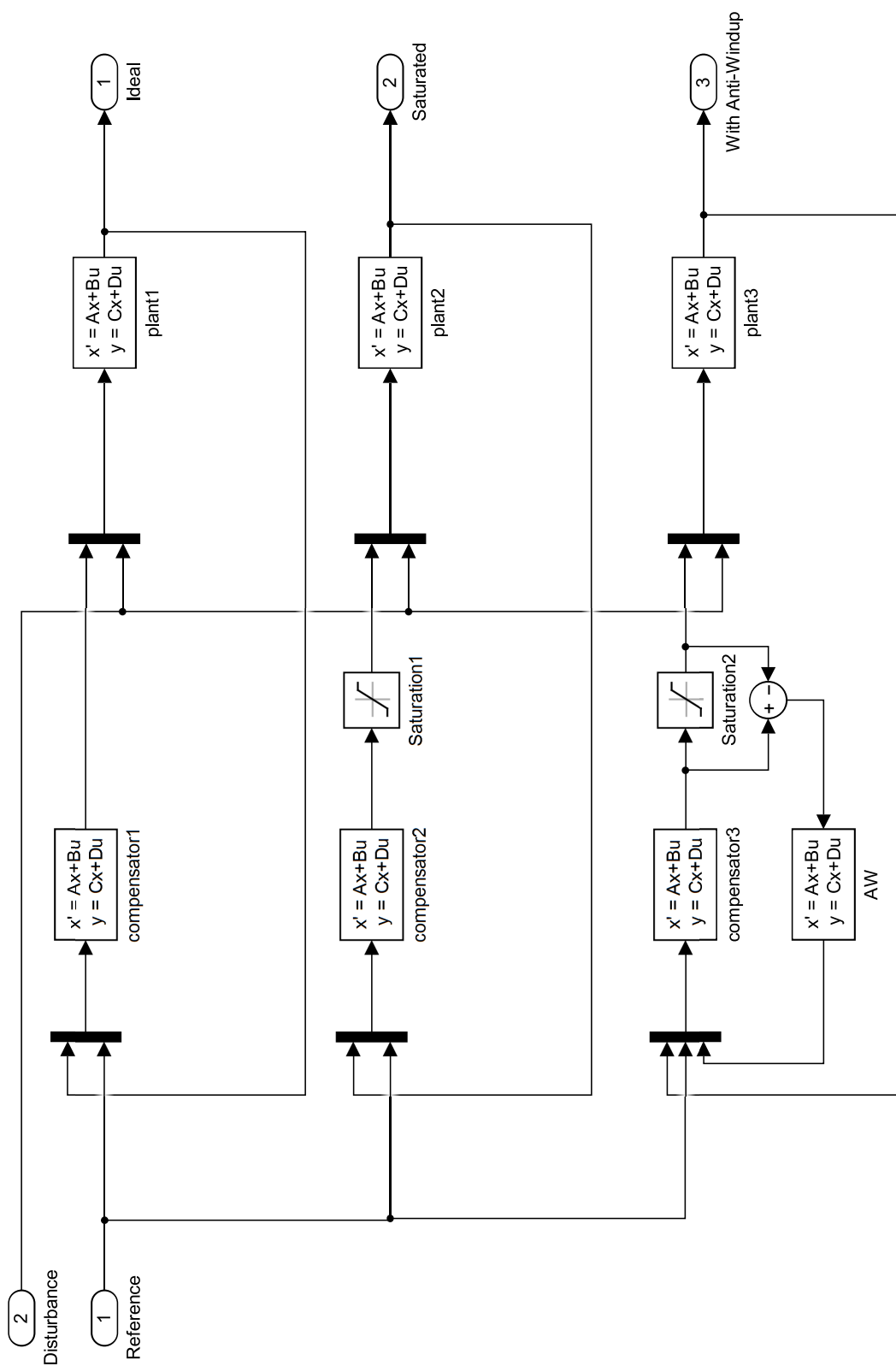
```
1 clear all
2 %%%% MATICE SOUSTAVY %%%%
3 Ap = [-2 -1; 1 0];
4 Bp = [4; 0];
5 Cp = [0 2.5];
6 Dp = 0;
7 %%%% MATICE REGULATORU %%%%
8 Ac = 0;
9 Bc = 1;
10 Cc = 1;
11 Dc = 1;
12 %%%% PARAMETRY SIMULACE %%%%
13 %%%% POZADAVEK %%%%
14 wi = 0; % pocatecni hodnota
15 wt = 1; % cas skoku
16 wf = 1; % konecna hodnota
17 %%%% PORUCHA %%%%
18 di = 0; % pocatecni hodnota
19 dt = 1; % cas skoku
20 df = 1; % konecna hodnota
21 %%%% SATURACE %%%%
22 sat = 0.5;
23 %%%% CAS SIMULACE %%%%
24 t = 10;
25 save('second_order.mat')
```

## A.2 Zadávání LMI v Robust Control Toolboxu

Výpis A.2: Definice vzorového LMI

```
1 setlmis([]);
2 [X11,n,sX11]=lmivar(1,[np 1]);
3 [X12,n,sX12]=lmivar(2,[np nc]);
4 [X22,n,sX22]=lmivar(1,[nc 1]);
5 [X,n,sX]=lmivar(3,[sX11 sX12; sX12' sX22]);
6 g=lmivar(1,[1 1]);
7
8 % LMI #1:  $X \cdot A_p' + A_p \cdot X$ 
9 lmiterm([1 1 1 X11],1,Ap','s');
10
11 % LMI #1:  $B_p w'$ 
12 lmiterm([1 2 1 0],Bpw');
13
14 % LMI #1:  $-g \cdot \text{eye}(\text{size}(D_p z w'))$ 
15 lmiterm([1 2 2 g],.5*1,-eye(size(Dpzw')), 's');
16
17 % LMI #1:  $C_p z \cdot X$ 
18 lmiterm([1 3 1 X11],Cpz,1);
19
20 % LMI #1:  $D_p z w$ 
21 lmiterm([1 3 2 0],Dpzw);
22
23 % LMI #1:  $-g \cdot \text{eye}(\text{size}(D_p z w'))$ 
24 lmiterm([1 3 3 g],.5*1,-eye(size(Dpzw')), 's');
25
26 staticAW=getlmis;
```

## B TESTOVACÍ MODEL



## C OBSAH PŘILOŽENÉHO CD

Přiložené CD obsahuje elektronickou verzi bakalářské práce, instalační soubor Anti-Windup Toolu, pokyny pro práci s ním a šablonu obsahující kód uveden v Příloze A.1.

```
/ .....kořenový adresář přiloženého CD
├── BP Michal Kozubík
│   ├── BP Michal Kozubík.pdf ..... Elektronická verze práce
│   └── Anti-Windup Tool
│       ├── Anti-Windup Tool.mlappinstall ..... Instalační soubor
│       ├── readme.txt ..... Pokyny k práci s Anti-Windup Tool
│       └── šablona.mat ..... Šablona projektu pro Anti-Windup Tool
```